

**Corso di Analisi Matematica**  
**Ingegneria per l'edilizia ed il territorio**  
**Sede di Rieti**

Prof. Emanuele Rosatelli - [www.emanuelerosatelli.it](http://www.emanuelerosatelli.it)  
E-mail: [info@emanuelerosatelli.it](mailto:info@emanuelerosatelli.it)

**Testi Consigliati**

Autori: Marcellini Sbordone

Titolo: **Elementi di Analisi Matematica 1** – versione semplificata per i nuovi corsi di laurea

Casa Editrice: Liguori Editore

Autori: Marcellini Sbordone

Titolo: **Elementi di Analisi Matematica 2** – versione semplificata per i nuovi corsi di laurea

Casa Editrice: Liguori Editore

# **Programma di Analisi**

Prof. Emanuele Rosatelli

A.A. 2015/2016

## **PARTE PRIMA**

### **1. I Numeri e le Funzioni Reali**

Numeri naturali, interi, razionali, reali. Teoria degli insiemi. Funzioni e rappresentazione cartesiana. Funzioni invertibili, monotone, lineari e trigonometriche. Funzione valore assoluto, potenza, esponente e logaritmo. Massimo, minimo, estremo inferiore, estremo superiore. Numeri Complessi.

### **2. Limiti di Successioni**

Definizioni e proprietà. Successioni limitate. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Teoremi di confronto. Limiti notevoli. Successioni monotone. Infiniti di ordine crescente.

### **3. Limiti di funzioni e funzioni continue**

Definizioni. Legame tra limiti di successioni e limiti di funzioni. Proprietà dei limiti di funzioni. Funzioni continue. Discontinuità. Teoremi sulle funzioni continue. Continuità delle funzioni monotone e delle funzioni inverse.

### **4. Derivate**

Significato della derivata. Definizioni. Operazioni con le derivate. Derivate delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Derivate delle funzioni elementari. Significato geometrico della derivata. Retta tangente.

### **5. Applicazioni delle derivate e studio di funzioni**

Massimi e minimi relativi. I teoremi di Rolle e Lagrange. Funzioni crescenti e decrescenti. Funzioni convesse e concave. Il teorema di L'Hôpital. Studio del grafico di una funzione.

### **6. Integrali definiti**

Definizioni, notazioni e proprietà. Il teorema della media. Integrabilità delle funzioni continue.

### **7. Integrali indefiniti.**

Il teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive. Formula fondamentale del calcolo integrale. Integrazione per decomposizione in somma. Integrazione delle funzioni razionali. Integrazione per parti e per sostituzione. Calcolo di aree di figure piane.

## PARTE SECONDA

### **a) FUNZIONI DI DUE O PIU' VARIABILI**

**Spazio vettoriale  $\mathbf{R}^2$ :** somma di vettori, moltiplicazione per uno scalare, modulo di un vettore, prodotto scalare, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.

**Topologia di  $\mathbf{R}^2$ :** definizione di intorno circolare, punti interni, esterni e di frontiera, punti di accumulazione, punti isolati. Insiemi aperti, chiusi, chiusura di un insieme. Insiemi limitati, connessi.

**Limiti e continuità:** definizioni ed esempi. Teorema di Weierstrass e teorema di esistenza dei valori intermedi (solo enunciati). Esercizi su esistenza del limite di una funzione in un punto e sul prolungamento per continuità.

**Derivate parziali:** definizioni ed esempi. Funzioni derivabili, esempi di funzioni non derivabili. Esercizi sul calcolo delle derivate parziali.

**Derivate successive:** matrice hessiana, Teorema di Schwarz (senza dimostrazione), esempi. Derivate di ordine n.

**Differenziabilità:** definizione ed esempi. Differenziabilità e continuità, Teorema del Differenziale (senza dimostrazione).

**Funzioni composte:** definizione ed esempi. Teorema di derivazione delle funzioni composte. Esercizi sulle derivate delle funzioni composte.

**Derivate direzionali:** definizione ed esempi. Derivata direzionale di una funzione differenziabile.

**Massimi e minimi relativi:** condizione necessaria del primo ordine, punti critici, punti di sella, determinante hessiano. Condizione necessaria del secondo ordine. Condizione sufficiente. Esempi ed esercizi.

**Funzioni di tre o più variabili:** esempi ed esercizi.

### **b) INTEGRALI CURVILINEI E FORME DIFFERENZIALI NEL PIANO**

**Curve nel piano:** vettore tangente, vettore normale, equazioni parametriche, curve regolari, equazione cartesiana, equazione polare, versore tangente, versore normale.

**Lunghezza di una curva:** definizione, proprietà e applicazioni, curve regolari a tratti.

**Curve orientate:** curve equivalenti, cambiamento di parametro, verso di percorrenza o orientamento, ascissa curvilinea.

**Integrali curvilinei di funzioni:** definizione, proprietà, esempi ed esercizi. Baricentro di una curva.

**Integrali curvilinei di forme differenziali:** forme differenziali lineari. Integrali su curve orientate, proprietà, esempi ed esercizi.

**Forme differenziali esatte:** differenziale di una funzione, primitiva della forma. Forme esatte, definizione, esempi ed esercizi. Teorema d'integrazione delle forme esatte. Teorema di caratterizzazione delle forme esatte.

**Forme differenziali chiuse:** definizione ed esempi. Teorema forme esatte e chiuse. Aperti semplicemente connessi. Teorema forme differenziali in un aperto semplicemente connesso.

### c) INTEGRALI DOPPI E TRIPLI

**Integrali su domini normali:** domini normali rispetto all'asse  $x$  e all'asse  $y$ . Area di un dominio normale, proprietà, esempi ed esercizi. Somma integrale inferiore e superiore. Teorema d'integrabilità delle funzioni continue. Integrale doppio, definizione, proprietà ed esempi.

**Formule di riduzione per gli integrali doppi:** formule di riduzione, formula d'inversione dell'ordine d'integrazione. Esempi ed esercizi.

**Formule di Gauss-Green:** domini regolari, orientamento positivo della frontiera, formule di Gauss-Green. Teorema della divergenza. Formula di Stokes. Formule di integrazione per parti. Formule per il calcolo dell'area. Esempi ed esercizi.

**Cambiamento di variabili negli integrali doppi:** determinante Jacobiano, Teorema di cambiamento di variabili negli integrali doppi. Esempi ed esercizi. Coordinate polari.

**Integrali tripli:** domini normali di  $\mathbb{R}^3$ , formule di riduzione, cambiamento di variabili. Coordinate polari.

### d) SUPERFICIE E INTEGRALI DI SUPERFICIE

**Superfici regolari:** superfici parametrizzate, superfici regolari, equazioni parametriche.

**Piano tangente:** vettori tangenti, piano tangente, versore normale.

**Integrali di superficie:** area di una superficie. Integrale di una funzione esteso ad una superficie.

### e) EQUAZIONI DIFFERENZIALI

**Introduzione:** definizioni fondamentali, condizione iniziale, problema di Cauchy. Esempi ed esercizi.

**Equazioni differenziali lineari del primo ordine:** Integrale generale delle equazioni lineari omogenee e non omogenee del primo ordine. Esempi ed esercizi.

**Equazioni differenziali lineari del secondo ordine omogenee:** soluzioni indipendenti, determinante wronskiano. Integrale generale delle equazioni lineari omogenee del secondo ordine. Caratterizzazione dell'integrale generale delle equazioni lineari omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti.

**Equazioni differenziali lineari del secondo ordine non omogenee:** soluzioni particolari, metodo di Lagrange. Esempi ed esercizi.

**Teoremi di Cauchy:** Teorema di esistenza e unicità locale, Corollario. Teorema di esistenza e unicità globale, Corollario. Esempi ed esercizi.

**Equazioni a variabili separabili:** integrale generale, integrali singolari. Esempi ed esercizi.