

## Diario delle lezioni Ing. Elettrotecnica - A.A. 2020/21 - (Aula 10)

Giorno	Orario	Argomenti
Mar. 29/09/20	13-15	Sistemi lineari di $m$ equazioni in $n$ incognite. Relazioni fra il significato geometrico, la scrittura matriciale e le equazioni. Matrici a scalini e pivot, risoluzione di sistemi a scalini. Esempi.
Mer. 30/09/20	17-19	Operazioni elementari, riduzione a scalini di un sistema tramite l'algoritmo di Gauss. Esempi.
Gio. 01/10/20	12-14	Prodotto fra matrici. Notazione matriciale per sistemi lineari. Matrice inversa. Esempi.
Ven. 02/10/20	12-14	Matrici inverse e matrici trasposte. Matrici simmetriche e antisimmetriche. Ogni matrice $n \times n$ può essere scritta come somma di una matrice simmetrica e una antisimmetrica (con dimostrazione).
Mar. 06/10/20	13-15	Definizione e significato del determinante per matrici $2 \times 2$ . Relazione con l'invertibilità di una matrice (con dimostrazione). Teoremi di Binet e di Cramer nel caso $2 \times 2$ . Esempi dipendenti da un parametro. Legge di cancellazione.
Mer. 07/10/20	17-19	Determinante per matrici $n \times n$ . Teorema di Laplace nel caso di matrici $n \times n$ (senza dimostrazione). Esempi. Estensione dei teoremi di Cramer e Binet al caso $n \times n$ . Esempi.
Gio. 08/10/20	12-14	Matrici triangolari superiori e inferiori, matrici diagonali e loro determinanti. Relazioni fra le operazioni dell'algoritmo di Gauss e le proprietà del determinante. Matrice inversa nel caso $n \times n$ . Esempi.
Ven. 09/10/20	12-14	Relazioni fra le operazioni dell'algoritmo di Gauss e le proprietà del determinante (con dimostrazioni).
Mar. 13/10/20	13-15	Equazioni matriciali. Sistemi lineari. Esempi. Relazioni fra determinante e operazioni di somma, prodotto, trasposta, inversa. Formula del coefficiente binomiale, significato. Minori, numero dei minori di ordine $p \times p$ di una matrice $m \times n$ .
Mer. 14/10/20	17-19	Minori, rango. Rango di una matrice a scalini. Invarianza del rango per riduzione di Gauss (con dimostrazione). Teorema degli orlati, esempi.
Gio. 15/10/20	12-14	Teorema di Rouché-Capelli. Esempi parametrici.
Ven. 16/10/20	12-14	Risoluzione degli esercizi proposti. Binomio di Newton. Sistemi lineari omogenei. Soluzione banale e autosoluzioni. Interpretazione geometrica delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo.
Mar. 20/10/20	13-15	Risoluzione degli esercizi proposti sui sistemi lineari omogenei. Combinazioni lineari fra vettori, interpretazione geometrica.
Mer. 21/10/20	17-19	Dipendenza e indipendenza lineare di vettori. Interpretazione in termini delle soluzioni del sistema omogeneo associato. Significato geometrico. Criterio del rango (con dimostrazione).
Gio. 22/10/20	12-14	Definizione di spazio vettoriale. Esempi: matrici $m \times n$ , polinomi, spazio delle soluzioni di un sistema lineare. Dipendenza e indipendenza lineare. Insiemi di generatori. Spazi vettoriali finitamente generati.
Ven. 23/10/20	12-14	Esempi di spazi vettoriali finitamente generati. Lo spazio vettoriale dei polinomi non è finitamente generato (con dimostrazione). Base di uno spazio vettoriale. Esempi.

Giorno	Orario	Argomenti
Mar. 27/10/20	13-15	Risoluzione degli esercizi proposti. $\{v_1, \dots, v_k\}$ sono linearmente dipendenti in $V$ se e solo se almeno uno di loro è combinazione lineare degli altri (con dimostrazione). $\{v_1, \dots, v_k\}$ sono una base di $V$ se e solo se ogni $v$ in $V$ si scrive in modo unico come combinazione lineare di essi (con dimostrazione).
Mer. 28/10/20	17-19	Coordinate di un vettore rispetto a una base. Sottospazi vettoriali, definizione e intuizione geometrica. Esempi: sottospazi di $R^n$ , soluzioni di un sistema lineare omogeneo, relazioni fra di essi. Base di un sottospazio.
Gio. 29/10/20	12-14	Risoluzione degli esercizi proposti. Sottospazi generati da vettori. Esistenza di una base per spazi vettoriali finitamente generati (con dimostrazione).
Ven. 30/10/20	12-14	Risoluzione degli esercizi proposti. Ogni insieme di generatori contiene almeno una base. Tutte le basi hanno lo stesso numero di vettori (con dimostrazione). Base canonica delle matrici. Dimensione di uno spazio vettoriale. Un insieme di $n$ vettori linearmente indipendenti in uno spazio vettoriale di dimensione $n$ forma una base (con dimostrazione). Un insieme di $n$ generatori in uno spazio vettoriale di dimensione $n$ forma una base (con dimostrazione).
Mar. 03/11/20	13-15	Teorema del completamento di una base (con dimostrazione). Risoluzione degli esercizi proposti.
Mer. 04/11/20	17-19	Riepilogo sulle relazioni fra il rango e dipendenza lineare, fra rango e dimensione del sottospazio generato da vettori. Ogni sottospazio vettoriale di $R^n$ è lo spazio delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo (con dimostrazione). Dimensione dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo.
Gio. 05/11/20	12-14	Risoluzione degli esercizi proposti. Sottospazi di $R^n$ , intersezioni e sottospazio somma. Esempi.
Ven. 06/11/20	12-14	Formula di Grassmann. Somma diretta. Lo spazio vettoriale delle matrici quadrate si decompone come somma diretta fra matrici simmetriche e antisimmetriche (con dimostrazione). Dimensioni dei sottospazi delle matrici simmetriche e antisimmetriche. Esempi.
Mar. 10/11/20	13-15	Caratterizzazioni della somma diretta (senza dimostrazione). Esempi su sottospazi somma e intersezione. Coordinate di un vettore rispetto a una base. Criterio del rango per spazi vettoriali astratti tramite le coordinate. Applicazioni a spazi vettoriali di polinomi di grado minore di $n$ .
Mer. 11/11/20	17-19	Risoluzione degli esercizi proposti.
Gio. 12/11/20	12-14	Applicazioni lineari: definizioni ed esempi. Iniettività e suriettività. Ogni applicazione lineare da $R^n$ in $R^m$ sono descritte dalla moltiplicazione per una matrice $m \times n$ (con dimostrazione). Esempi.
Ven. 13/11/20	12-14	Un'applicazione lineare è univocamente determinata dai valori assunti su una base (con dimostrazione). Matrice associata a un'applicazione lineare rispetto a basi arbitrarie tramite le coordinate.
Mar. 17/11/20	13-15	Risoluzione degli esercizi proposti. Nucleo di un'applicazione lineare: definizione e caratterizzazione in termini di iniettività (con dimostrazione). Immagine di un'applicazione lineare: definizione e caratterizzazione in termini di suriettività (con dimostrazione). Un'applicazione lineare iniettiva preserva l'indipendenza lineare (con dimostrazione).

Giorno	Orario	Argomenti
Mer. 18/11/20	17-19	Teorema della dimensione (con dimostrazione). Corollari del teorema della dimensione per applicazioni lineari iniettive, suriettive o biunivoche (con dimostrazione). Isomorfismi: preservazione di dimensione, indipendenza lineare, generatori e basi (con dimostrazione). Esempi.
Gio. 19/11/20	12-14	Endomorfismi di uno spazio vettoriale e matrice associata rispetto a una base arbitraria. Cambio di base. Introduzione al problema della diagonalizzazione. Esempi.
Ven. 20/11/20	12-14	Matrice di passaggio: definizione e proprietà. Endomorfismi diagonalizzabili, autovalori e autovettori, autospazio associato a un autovalore. Gli autovalori sono le radici del polinomio caratteristico (con dimostrazione). Esempi.
Mar. 24/11/20	13-15	Matrici simili. Due matrici simili hanno lo stesso polinomio caratteristico. Autospazi relativi ad autovalori differenti hanno intersezione banale (con dimostrazione). Primo criterio di diagonalizzazione (enunciato).
Mer. 25/11/20	17-19	L'unione delle basi degli autospazi è un insieme di vettori linearmente indipendenti (con dimostrazione). La somma delle molteplicità geometriche è minore o uguale alla dimensione dello spazio vettoriale (con dimostrazione). Primo criterio di diagonalizzazione (con dimostrazione).
Gio. 26/11/20	12-14	Polinomi completamente riducibili. Definizione di molteplicità algebrica. La molteplicità geometrica è minore o uguale della molteplicità algebrica (senza dimostrazione). Secondo criterio di diagonalizzazione (enunciato).
Ven. 27/11/20	12-14	Prodotto scalare standard in $\mathbb{R}^n$ . Disuguaglianza di Schwarz, angolo fra vettori, norma. Esempi e proprietà. Vettori non nulli e ortogonali sono linearmente indipendenti (con dimostrazione). Basi ortogonali e ortonormali. Proprietà della norma.
Mar. 01/12/20	13-15	Algoritmo di Gram-Schmidt (con dimostrazione), interpretazione geometrica. Matrici ortogonali. Una matrice è ortogonale se e solo se le sue colonne formano una base ortonormale di $\mathbb{R}^n$ . La matrice di passaggio fra due basi ortonormali è ortogonale. Deduzione della forma delle matrici ortogonali $2 \times 2$ . Complemento ortogonale di un sottospazio vettoriale. Un sottospazio e il suo complemento ortogonale sono in somma diretta (con dimostrazione).
Mer. 02/12/20	17-19	Coefficienti di Fourier (con dimostrazione). Proiezione ortogonale: definizione, formula (con dimostrazione), esempi. Endomorfismi simmetrici, definizione e caratterizzazione in termini del prodotto scalare (con dimostrazione). Ortogonalità degli autospazi per endomorfismi simmetrici (con dimostrazione). Esempi. L'endomorfismo di proiezione su un sottospazio è simmetrico (con dimostrazione). Teorema spettrale (enunciato). Un endomorfismo è simmetrico se e solo se esiste una base ortonormale di autovettori. Esempi.
Gio. 03/12/20	12-14	Equazioni parametriche di una retta nel piano. Condizioni di allineamento. Equazioni cartesiane di rette nel piano. Esempi. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità di rette. Fasci di rette parallele nel piano. Retta perpendicolare a una retta assegnata e passante per un punto.
Ven. 04/12/20	12-14	Equazioni parametriche di una retta nello spazio. Condizioni di allineamento e complanarità nello spazio. Rette sghembe. Posizioni reciproche fra rette nello spazio. Equazioni cartesiane di rette e piani nello spazio. Condizioni di parallelismo e ortogonalità di piani nello spazio. Fasci di piani paralleli nello spazio.

Giorno	Orario	Argomenti
Mer. 09/12/20	17-19	Posizioni reciproche fra rette e piani nello spazio. Giaciture e interpretazioni geometriche. Fascio di piani di asse una retta. Fascio ridotto. Esempi.
Gio. 10/12/20	12-14	Risoluzione degli esercizi proposti. Area del parallelogramma formato da due vettori di $R^n$ (con dimostrazione). Prodotto vettoriale in $R^3$ e relazione con l'area del parallelogramma. Perpendicolarità fra piani in $R^3$ . Proiezioni ortogonali su sottospazi.
Ven. 11/12/20	12-14	Distanza punto-piano e distanza punto-retta nello spazio tramite le proiezioni ortogonali. Proiezione ortogonale di una retta su un piano. Distanza fra rette parallele nello spazio. Distanza fra rette sghembe nello spazio. Esempi.
Mar. 15/12/20	13-15	Equazione di una circonferenza nel piano. Per tre punti non allineati passa un'unica circonferenza (dimostrazione geometrica). Equazione dell'asse di un segmento. Equazione di una circonferenza: dati centro e raggio, dato il passaggio per tre punti, dato il centro e il passaggio per un punto, dati il centro e una retta tangente, dati due punti e il raggio. Equazione della retta tangente a una circonferenza in un punto. Equazioni delle rette tangenti a una circonferenza data e parallele a una retta data. Equazione di una sfera nello spazio. Equazione di una sfera noti centro e raggio. Sfera per quattro punti non complanari. Piano tangente a una sfera in un punto. Asse di un segmento nello spazio.
Mer. 16/12/20	15-18	Trasformazioni del piano: isometrie, traslazioni, rotazioni, riflessioni, proiezioni. Forme quadratiche: definizione, matrice associata, carattere, esempi. Diagonalizzazione di forme quadratiche, carattere in termini di traccia e determinante (con dimostrazione). Risoluzione degli esercizi proposti.
Gio. 17/12/20	12-14	Carattere di una forma quadratica. Ellisse: definizione, equazione (con dimostrazione), area (con dimostrazione). Coniche: definizione, matrici associate. Applicazione della diagonalizzazione della parte quadratica di una conica. Riduzione di una conica a forma canonica. Interpretazione geometrica.
Ven. 18/12/20	12-14	Riepilogo sull'ellisse. Iperbole: definizione, equazione, grafico. Parabola: definizione, equazione, grafico. Teorema di invarianza (enunciato) e teorema di riduzione (enunciato). Esempi. Coniche: definizione, matrici associate, riduzione a forma canonica, classificazione (a meno di isometrie), esempi.
Mar. 22/12/20	13-15	Esempi sulle coniche. Risoluzione degli esercizi proposti.
Mer. 23/12/20	15-18	Risoluzione degli esercizi proposti.

