Prof. Ing.Guido Libertini

La progettazione dei sistemi meccanici

Parte 5 – I criteri di Progetto: Manutenibilità

Cattedra di Progetto di Macchine

Rev 1.0 – A.A. 2019/2020

1 la Manutenibilità

La Manutenibilità è una caratteristica intrinseca al progetto del sistema, essa si misura in termini di durata, facilità, efficacia, sicurezza ed economicità degli interventi di manutenzione richiesti dal sistema, tanto allo scopo di ripristinare le condizioni di funzionamento interrotte da avarie (manutenzione correttiva), quanto per prevenirne il degrado delle prestazioni (manutenzione preventiva).

Quindi per un sistema per il quale la normale manutenzione venga effettuata in perfetta rispondenza a quanto prescritto, la Manutenibilità può essere intesa come la probabilità che esso possa essere riparato entro un determinato intervallo di tempo ; ovvero, in modo equivalente, come la probabilità che il sistema, nel suo tempo di utilizzazione, non richieda più di -n- interventi di manutenzione e che la durata e quindi il costo globale degli -n- interventi di manutenzione non superi un limite prefissato.

Si tratta dunque di una caratteristica strettamente legata all'affidabilità del sistema e dei suoi componenti, perché da questa dipende la tendenza a manifestarsi del guasto ed in genere dell'esigenza di interventi di manutenzione ; ma la Manutenibilità dipende in maniera diretta anche da scelte di progetto che riguardano la struttura del sistema, la sua organizzazione in sottoinsiemi, il suo lay-out (si pensi, ad esempio, alla facilità di accesso ai componenti soggetti a sostituzione), per le quali, indipendentemente dalla frequenza dell'esigenza di interventi (correlata all'affidabilità), può risultare più o meno oneroso in termini di tempo e di costo ciascuno degli interventi richiesti.

Il costo degli interventi di manutenzione non è dato soltanto dal costo della mano d'opera, dei materiali e delle attrezzature necessari ad effettuare il singolo intervento, ma alla sua formazione contribuiscono in maniera determinante il costo del mancato esercizio del sistema durante l'intervento (down-time) ed altri costi indotti dall'esercizio stesso della manutenzione (ad esempio : magazzino ricambi). Tuttavia, in genere si tratta di costi tutti riferibili al tempo e quindi alla durata degli interventi di manutenzione : quindi, come per l'affidabilità, anche la valutazione della Manutenibilità può essere riferita esclusivamente all'ascissa temporale.

Si noti che la Manutenibilità è intesa come caratteristica intrinseca al progetto del sistema nel suo insieme, che va dunque riferito all'intero ciclo di vita e non può prescindere dalle condizioni di utilizzazione (ambiente, tipo di istallazione, supporto logistico, ecc.).

1.1 Manutenzione correttiva.

E' costituita dall'insieme degli interventi non programmati, richiesti per riparare o sostituire parti in avaria onde ripristinare le prestazioni nominali del sistema .

Ogni intervento di manutenzione è composto dalle azioni necessarie per definire la diagnosi del guasto, per accedere al componente difettoso, per isolarlo, ripararlo o sostituirlo, quando disponibile, per rimontare quanto disassemblato e per verificare l'esito dell'intervento stesso.

Il **Tempo Medio di Manutenzione Correttiva (- Mean Corrective Maintenance Time**) è una grandezza significativa per valutare l'incidenza della manutenzione correttiva di un sistema in determinate condizioni di impiego.

Si supponga di sottoporre un sistema in certe condizioni di esercizio ad un determinato periodo di tempo di osservazione.

Durante questo tempo di verifichino -n- interventi di manutenzione, ciascuno di durata Mct_i . Si potrà calcolare il valore rilevato di dalla relazione:

$$\overline{Mct} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Mct_i}{n}$$

la deviazione standard della distribuzione dei valori Mct_i è data da :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(Mct_i - \overline{Mct}\right)^2}{n-1}}$$

Poiché l'esigenza dell'intervento di manutenzione correttiva si manifesta in corrispondenza di guasti casuali del sistema (altrimenti si provvederebbe a prevenirli) si può porre il valore in relazione alle caratteristiche di affidabilità del sistema proprie del periodo di vita utile, cioè quello per il quale il tasso di avaria è costante.

Di conseguenza, per un sistema composto da -i- componenti, ciascuno caratterizzato da un tasso di avaria costante , il Tempo Medio di Manutenzione Correttiva è espresso da:

$$\overline{\overline{Mct}} = \frac{\sum (\lambda_i) \cdot (\overline{Mct}_i)}{\sum \lambda_i}$$

1.2 Manutenzione Preventiva.

La Manutenzione Preventiva è costituita dall'insieme di attività necessarie a mantenere il sistema in condizioni tali da garantire prefissati livelli di prestazioni. Essa include quindi le ispezioni periodiche in campo, la generica assistenza (ad esempio, sostituzione di lubrificanti, pulizia di filtri, messe a punto, regolazioni, ecc.) e la sostituzione programmata di componenti critici, ancorché funzionanti, prima che il loro tasso di avaria, crescente con l'età, faccia aumentare oltre il limite accettabile la frequenza di interventi di manutenzione correttiva.

Il **Tempo Medio di Manutenzione Preventiva (- Mean Preventive Maintenance Time)** è una grandezza significativa per valutare l'incidenza della manutenzione preventiva di un sistema in determinate condizioni di impiego. Esso può essere sperimentalmente rilevato, in modo del tutto analogo a quanto visto per la manutenzione correttiva e calcolato mediante le seguenti evidenti relazioni :

$$\overline{Mpt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Mpt_i}{n} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(Mpt_i - \overline{Mpt}\right)^2}{n-1}}$$

Per un sistema composto da -i- componenti, ciascuno dei quali caratterizzato da un Tempo Medio di Manutenzione Preventiva Mpt_i e da una frequenza fpt_i, il Tempo Medio di Manutenzione Preventiva può essere calcolato dalla relazione :

$$\overline{\overline{Mpt}} = \frac{\sum (fpt_i) \cdot (\overline{Mpt}_i)}{\sum (fpt_i)}$$

Il valore fpt_i della frequenza con cui ogni componente del sistema richiede interventi di manutenzione preventiva può essere messo in relazione alle caratteristiche di affidabilità tramite la "vita affidabile" del componente (o del sistema) stesso .

La "vita affidabile" è quel valore del tempo cumulativo di utilizzazione durante il quale l'affidabilità di un componente (o di un sistema) si mantiene al di sopra di un valore prefissato.

Se, per generalità, ci si riferisce alla distribuzione di Weibull, la funzione di affidabilità (con t_0=0) è espressa come :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}}$$

Fissato il valore R* di minima affidabilità accettabile, che si raggiunge in corrispondenza del tempo T_R, il logaritmo dell'inverso di R* si scrive:

$$\ln\left(\frac{1}{R^*}\right) = \left(\frac{T_R}{\eta}\right)^{\beta}$$

Espressione che permette di ricavare la "vita affidabile" T_R nella forma :

$$T_R = \eta \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R^*}\right)\right]^{\frac{1}{\beta}}$$

L'inverso del valore T_R, esprime f_R , cioè la "frequenza affidabile" del componente (o del sistema):

$$f_R = \eta^{-1} \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R^*}\right)\right]^{-\frac{1}{\beta}}$$

Di conseguenza il valore del Tempo Medio di Manutenzione Preventiva può essere espresso nella forma :

$$\overline{\overline{M}}pt = \frac{\sum (f_{R_i}) \cdot (\overline{M}pt_i)}{\sum (f_{R_i})} = \frac{\sum (\eta_i^{-1} \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R_i^*}\right)\right]^{-\frac{1}{\beta_i}}) \cdot (\overline{M}pt_i)}{\sum (\eta_i^{-1} \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R_i^*}\right)\right]^{-\frac{1}{\beta_i}})}$$

utilizzando gli opportuni valori di Mpt medio, per un componente o per un sistema.

1.2.1 Misura della Manutenibilità.

Si è notato come i costi ed, in genere, le risorse impegnate dagli interventi di manutenzione sia correttiva che preventiva, possono essere direttamente correlati alla durata ed alla frequenza degli interventi stessi, da ciò discende che la manutenibilità di un sistema può intendersi compiutamente definita quando siano determinate le seguenti due grandezze caratteristiche :

a) **<u>Durata Media degli Interventi di Manutenzione</u>**: riferita tanto agli interventi di manutenzione correttiva quanto a quelli di manutenzione preventiva, questa grandezza si calcola come :

$$\overline{M} = \frac{(\lambda)\cdot\left(\overline{M}ct\right)+(fpt)\cdot\left(\overline{M}pt\right)}{\lambda + fpt}$$

in cui λ, fpt, M_{pt} e M_{ct}, con i significati già visti, sono riferiti al sistema nel suo insieme. Esprimendo, anche in questo caso, fpt in termini di frequenza affidabile del sistema, si ottiene :

$$\overline{M} = \frac{(\lambda)\cdot\left(\overline{M}ct\right)+\left(\eta^{-1}\cdot\left[\ln\left(\frac{1}{R*}\right)\right]^{-\frac{1}{\beta}}\right)\cdot\left(\overline{M}pt\right)}{\lambda+\eta^{-1}\cdot\left[\ln\left(\frac{1}{R*}\right)\right]^{-\frac{1}{\beta}}}$$

essendo:

$$f_R = \eta^{-1}\cdot\left[\ln\left(\frac{1}{R*}\right)\right]^{-\frac{1}{\beta}}$$

la frequenza affidabile del sistema.

b) **<u>Tempo Medio tra Interventi di Manutenzione: MTBM (Mean Time Between Maintenance).</u>**

E' il valore medio dell'estensione degli intervalli di tempo di utilizzazione del sistema tra due interventi di manutenzione successivi.

Anche questa grandezza è riferita tanto agli interventi di manutenzione correttiva quanto a quelli di manutenzione preventiva.
Essa può essere calcolata come :

$$MTBM = \frac{1}{\frac{1}{MTBM_c} + \frac{1}{MTBM_p}}$$

essendo $MTBM_c$ e $MTBM_p$ i tempi medi tra interventi rispettivamente di manutenzione correttiva e preventiva.
Il valore $MTBM_c$ può essere considerato equivalente al tempo medio tra guasti per λ= costante (MTBF=m= $1/\lambda$), mentre il valore $MTBM_p$ può essere sostituito dalla vita affidabile calcolata in relazione ad una prefissata soglia minima di affidabilità del sistema :

$$T_R = \eta \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R^*}\right)\right]^{\frac{1}{\beta}} \quad \text{e} \quad f_R = \eta^{-1} \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R^*}\right)\right]^{-\frac{1}{\beta}}$$

Effettuando queste sostituzioni si ottiene la seguente espressione del MTBM, calcolabile mediante le caratteristiche di affidabilità del sistema:

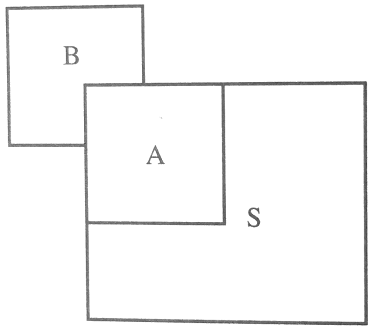
$$MTBM = \frac{1}{m^{-1} + \eta^{-1} \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R^*}\right)\right]^{-\frac{1}{\beta}}} = \frac{m \cdot \eta \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R^*}\right)\right]^{\frac{1}{\beta}}}{m + \eta \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{R^*}\right)\right]^{\frac{1}{\beta}}}$$

Noto il valore di M e di MTBM, è immediato ricavare l'incidenza del costo della manutenzione nel ciclo di vita del sistema.

L'approfondimento delle tecniche di gestione della manutenzione e, conseguentemente, ottimizzazione della manutenibilità è oggetto di trattazioni specifiche, alcune delle quali sono citate in bibliografia.

1.3 Sostituzione.

Si è più volte osservato che ai fini della manutenzione preventiva è di primaria importanza la pratica della sostituzione di componenti, quando, ancorché funzionanti, il loro tasso di avaria supera, per effetto dell'usura, un valore massimo accettabile.
E' interessante notare quanto l'affidabilità complessiva del sistema sia esaltata dalla possibilità di una o più sostituzioni di elementi critici.
A tale scopo si faccia riferimento al sistema S in figura.



L'elemento A è taglio del sistema, e può essere sostituito (ad es., una volta) con l'elemento B, che per semplicità viene considerato identico ad A.
Si supponga di aver suddiviso il tempo di missione del sistema S in k intervalli, numerati con j= 0, 1,..., k-1, e di conoscere, per ciascun intervallo, la probabilità di mortalità degli elementi A e B, che ovviamente sono tra loro uguali. Si voglia calcolare per gli stessi intervalli di tempo la probabilità di mortalità dell'intero sistema che ammette la sostituzione prevista.
Supponendo accreditabili di affidabilità unitaria tutti gli altri componenti del sistema, la probabilità che il sistema vada definitivamente fuori servizio durante il primo intervallo è data dal prodotto della probabilità di mortalità dell'elemento A nel primo intervallo per la probabilità di mortalità dell'elemento B nello stesso primo intervallo :

$$P_S(0) = p_A(0) \cdot p_B(0)$$

La probabilità che il sistema vada definitivamente in avaria durante il secondo intervallo è data dal prodotto della probabilità di mortalità dell'elemento A nel primo intervallo per la probabilità di mortalità dell'elemento B riferita ad un tempo di utilizzazione maggiore del primo intervallo e minore della somma del primo più il secondo intervallo, quindi pari alla probabilità di mortalità dell'elemento B riferita al suo secondo intervallo, sommata al prodotto delle probabilità simmetriche cioè della probabilità che l'elemento

A vada in avaria durante il secondo intervallo per la probabilità che l'elemento B vada in avaria appena montato (suo primo intervallo) :

$$P_S(1) = p_A(0) \cdot p_B(1) + p_A(1) \cdot p_B(0)$$

La probabilità che il sistema vada definitivamente in avaria durante il terzo intervallo è data dal prodotto della probabilità di mortalità dell'elemento A nel primo intervallo per la probabilità di mortalità dell'elemento B riferita ad un tempo di utilizzazione maggiore della somma dei primi due intervalli e minore della somma dei primi tre, cioè pari alla probabilità di mortalità dell'elemento B durante il suo terzo intervallo, sommato al prodotto della probabilità di mortalità dell'elemento A durante il secondo intervallo per la probabilità dell'elemento B durante il suo secondo intervallo, sommato al prodotto della probabilità di mortalità dell'elemento A durante il terzo intervallo per la probabilità che l'elemento B vada in avaria appena montato (suo primo intervallo):

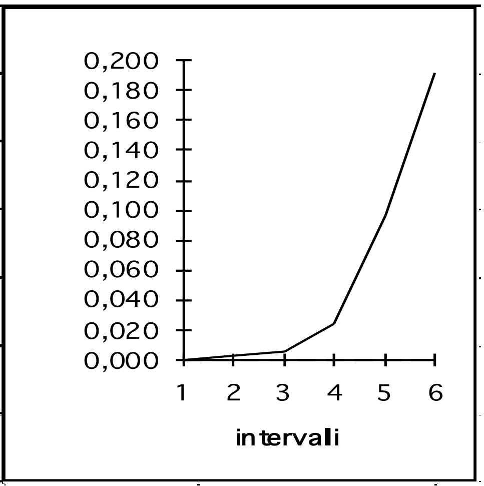
$$P_S(2) = p_A(0) \cdot p_B(2) + p_A(1) \cdot p_B(1) + p_A(2) \cdot p_B(0)$$

Procedendo in questo modo si può calcolare la probabilità di mortalità del sistema S riferita a ciascuno dei k intervalli in cui si è suddiviso il tempo di utilizzazione, mediante la seguente formula valida per sistemi che ammettano una sola sostituzione con elementi tra loro identici :

$$P_S(u_j) = \sum_{i=0}^{j} p(u_i) \cdot p(u_{j-i})$$
$$\text{con} \quad j = 0,1,\ldots,k-1$$

L'esempio numerico riportato in figura conferma l'efficacia della sostituzione al fine di accrescere l'affidabilità del sistema.

INT	P(A)	P(B)	P(S)
0	0,000000	0,000000	0,000000
1	0,003000	0,003000	0,000000
2	0,006000	0,006000	0,000009
3	0,024000	0,024000	0,000036
4	0,096000	0,096000	0,000180
5	0,192000	0,192000	0,000864

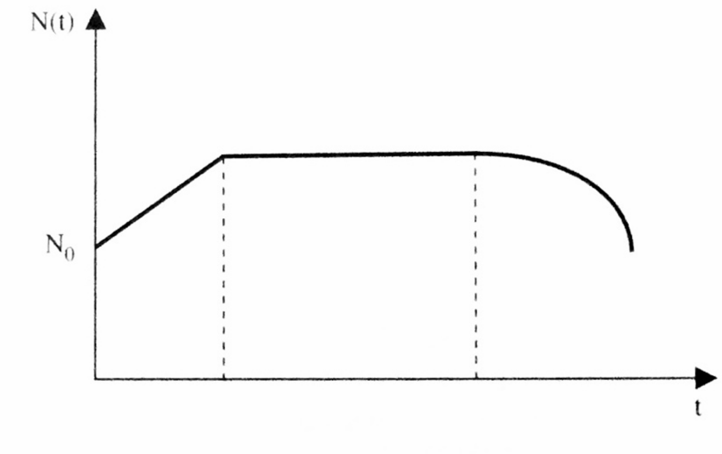


Si noti che mentre la probabilità di mortalità degli elementi A e B cresce in misura sensibile nel tempo, la probabilità di mortalità del sistema si mantiene tanto prossima allo zero da non essere leggibile nella scala del grafico.

Quando le sostituzioni possibili sono più di una e le probabilità degli elementi tra loro sostituibili non sono uguali, il calcolo va sviluppato secondo le formule probabilistiche del prodotto di composizione formalmente analoghe alla espressione precedentemente proposta.

1.4 Riapprovviggionamento.

La pratica della sostituzione e, più in generale, la manutenzione preventiva implicano la risoluzione del problema della gestione nel tempo delle risorse necessarie a compiere interventi adeguati in modo che forze di lavoro e ricambi siano disponibili al momento in cui si presenta la necessità di ciascun intervento.
La teoria del riapprovviggionamento, di cui di seguito si propongono alcuni concetti elementari, largamente applicata nella programmazione della produzione e distribuzione di prodotti di consumo, fornisce uno strumento di sicura utilità nell'approccio alla risoluzione ottimale del predetto problema.
La trattazione seguente si riferisce, per semplicità, al caso di una popolazione di elementi, per la quale, mediante la pratica della sostituzione, si voglia garantire nel tempo una predeterminata numerosità di elementi funzionanti e quindi si debba preordinare la disponibilità nel tempo dei ricambi . La stessa trattazione può essere agevolmente estesa al caso di un sistema composto da numerosi elementi, tra loro diversi, per il quale si voglia garantire nel tempo predeterminate condizioni di affidabilità.
Sia dunque predeterminata, come obbiettivo, la numerosità N(t) nel tempo della popolazione di elementi funzionanti, come nella seguente figura:



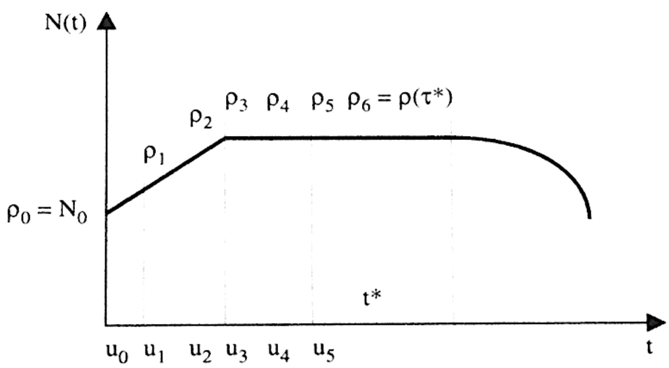
Si noti che quello proposto in figura è l'andamento proprio della, così detta, "curva prodotto", caratterizzata da un valore N_0 della numerosità iniziale, da un periodo a numerosità crescente corrispondente all'affermarsi del prodotto sul mercato, da un periodo più o meno lungo a numerosità costante, corrispondente alla maturità del prodotto nel mercato, ed infine da un periodo di obsolescenza a numerosità decrescente.
Sia N_0 il numero iniziale degli elementi funzionanti contenuti nella popolazione in esame e v(t) la legge di sopravvivenza dei medesimi.
Al tempo t*, in assenza di riapprovviggionamento, ne resteranno in vita:

$$n(t^*) = N_0 \ v(t^*)$$

mentre il predeterminato valore obbiettivo è N(t*).
Il riapprovviggionamento deve quindi, per qualunque valore di t*, colmare la differenza incognita :

$$N(t^*) - n(t^*) = N(t^*) - N_0 \ v(t^*)$$

Il problema si risolve discretizzando la variabile temporale : fissato il valore t*, si divide l'intervallo 0-t* in un numero intero di intervalli componenti, non necessariamente tra loro uguali, ma tra loro contigui. Dall'ampiezza e dalla frequenza degli intervalli dipende la numerosità della scorta di ricambi da tenere disponibili all'inizio di ciascun intervallo, quindi la discretizzazione può essere ottimizzata secondo criteri economici.
Si supponga dunque di aver definito la discretizzazione riportata in figura :



Il problema così schematizzato consiste nel calcolare il tasso di riapprovviggionamento al tempo t*, cioè la quantità $\rho(t^*)$ di elementi che deve essere disponibile al tempo t* per essere inserita nella popolazione funzionante , onde conseguire la numerosità N(t*). Durante ciascuno degli intervalli u_i, un certo numero di elementi va in avaria seguendo la propria legge di sopravvivenza e determinando l'esigenza di sostituzione in un qualunque istante compreso nell'intervallo; tuttavia, trattandosi della numerosità della scorta di elementi da tenere disponibili, tutte le avarie previste durante ciascun intervallo si imputano all'istante iniziale dello stesso intervallo.

Con questa osservazione la quantità N_0 risulta equivalente al tasso di riapprovviggionamento al tempo t=0, cioè ρ_0, che contribuisce alla numerosità N(t*) nella misura $\rho_0\, v(t^*)$.

La quantità riapprovviggionata all'inizio dell'intervallo u_1 (e sostituita durante lo stesso), cioè il tasso di riapprovviggionamento ρ_1 contribuisce al valore N(t*) nella misura $\rho_1\, v(t^*-u_0)$ perché si suppone entrata in servizio all'inizio dell'intervallo u_1, cioè dopo un tempo pari a u_0 .

La quantità riapprovviggionata all'inizio dell'intervallo u_2 , cioè il tasso di riapprovviggionamento ρ_2 contribuisce al valore N(t*) nella misura

$\rho_2\, v[t^*-(u_0+u_1)]$ perché si suppone entrata in servizio dopo un tempo pari a u_0+u_1 .

Procedendo in questo modo si nota che il tasso di riapprovviggionamento $\rho(t^*)$, che nell'esempio corrisponde al ρ_6, contribuisce al valore N(t*) nella misura $\rho(t^*)\, v(t^*-t^*) = \rho(t^*)\, 1 = \rho(t^*)$.

Se la sostituzione degli elementi nella popolazione avviene al compimento della "vita affidabile" T_R (come precedentemente definita) e non in corrispondenza dell'avaria (manutenzione preventiva), il contributo di ciascun tasso di riapprovviggionamento alla numerosità N(t*) risulta nullo per tempi di utilizzazione maggiori della prefissata T_R .

In questo caso, al momento della definizione della discretizzazione del tempo t*, è opportuno fare in modo che l'ampiezza degli intervalli sia molto inferiore al valore T_R (ad esempio : $< T_R /10$).

In questa ipotesi:

ρ_0 contribuisce per $\rho_0\,[v(t^*)]$ finchè è $t^* \le T_R$

il suo contributo è nullo per $t^* > T_R$

ρ_1 contribuisce per $\rho_1\,[v(t^*-u_0)]$ finchè è $(t^* - u_0) \le T_R$

il suo contributo è nullo per $(t^* - u_0) > T_R$

ρ_2 contribuisce per $\rho_2\,\{v[t^*-(u_0+u_1)]\}$ finchè è $[t^* - (u_0 + u_1)] \le T_R$

il suo contributo è nullo per $[t^* - (u_0 + u_1)] > T_R$

………………………………………………

$\rho(t^*)$ contribuisce per $\rho(t^*)\,\{1\}$ perchè $(t^*-t^*) = 0$ è certamente minore di T_R .

Si osserva dunque in generale che quando si verifica che :

$$\left[t^* - \sum_{j=0}^{k-1} u_j \right] > T_R$$

il contributo alla numerosità N(t*) dovuto alla quantità ρ_k approvviggionata all'inizio dell'intervallo k, è nullo , mentre resta pari a

$$\rho_k \cdot v\left(t^* - \sum_{j=0}^{k-1} u_j \right)$$

finche è :

$$\left[t^* - \sum_{j=0}^{k-1} u_j \right] \leq T_R$$

Quanto fin qui osservato può essere espresso in formule introducendo l'operatore A_k che soddisfa alle condizioni seguenti :

$$A_k = 1 \qquad \text{per} \qquad \left[t^* - \sum_{j=0}^{k-1} u_j \right] \leq T_R$$

$$A_k = 0 \qquad \text{per} \qquad \left[t^* - \sum_{j=0}^{k-1} u_j \right] > T_R$$

Ne deriva che la numerosità totale al prefissato tempo t* può essere sinteticamente espressa nella forma seguente, valida per un tempo t* diviso in m intervalli :

$$N(t^*) = \rho_0 \cdot A_0 \cdot [v(t^*)] + \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k \cdot A_k \cdot \left[v(t^* - \sum_{j=0}^{k-1} u_j) \right] + \rho(t^*) \cdot [1]$$

E' quindi immediato risolvere il problema proposto calcolando :

$$\rho(t^*) = N(t^*) - \left[\rho_0 \cdot A_0 \cdot [v(t^*)] + \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k \cdot A_k \cdot \left[v(t^* - \sum_{j=0}^{k-1} u_j) \right] \right]$$

Se $t^* < T_R$ (e quindi $A_0=1$) , la stessa espressione offre l’opportunità di costruire una stima sperimentale della funzione di sopravvivenza v(t) per la popolazione in esame . Infatti la si può risolvere in termini di v(t*) :

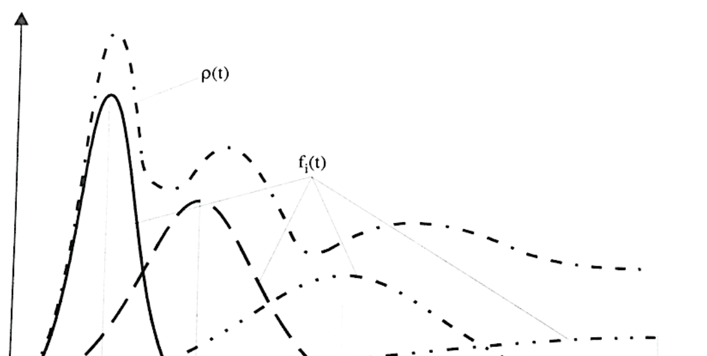
$$v(t^*) = \frac{N(t^*) - \rho(t^*) - \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k \cdot A_k \cdot \left[v(t^* - \sum_{j=0}^{k-1} u_j) \right]}{\rho_0}$$

così che disponendo di una contabilità degli elementi inseriti nella popolazione durante i vari intervalli, cioè dei valori ρ_i, si può misurare la v(t) riferita a ciascun intervallo e quindi costruire la curva per tutto il periodo di utilizzazione che interessa.

Riferendosi ad una popolazione per cui si voglia N(t)=costante per effetto della sostituzione degli elementi che vanno in avaria, interpolando con funzione continua i valori di $\rho(t^*)$ calcolati per t* compreso tra 0 ed infinito, si ottiene una curva il cui andamento presenta delle oscillazioni smorzate attorno ad un valore decrescente che tende a stabilizzarsi dopo un certo tempo di assestamento.

Il perché di questo andamento è dimostrabile mediante una trattazione analitica piuttosto complessa ma può essere motivato anche in maniera intuitiva . Si consideri la curva di distribuzione dei guasti di N=1000 elementi, costituita, ad esempio, da una gaussiana con M = 10 e $\sigma = 3$. Questa avrà quindi un massimo attorno al valore t = 10. Se ogni elemento si sostituisce appena si guasta, si avranno sempre 1000 elementi funzionanti. La sostituzione avviene però gradualmente, non simultaneamente per tutti gli elementi. Per questo motivo la curva dei guasti relativa alla seconda generazione di elementi utilizzati, risulterà notevolmente più piatta: si avrà una distribuzione normale con il massimo per t = 2M=20 e con un σ circa doppio del precedente. Col procedere delle sostituzioni il fenomeno si accentuerà sempre più fino a che la popolazione degli elementi risulterà mista, composta cioè da elementi di generazioni diverse; si avrà allora un numero di guasti per unità di tempo pressoché costante.

Rappresentando le curve relative alle varie generazioni su di un unico grafico e sommandone le ordinate, si ottiene una curva che dà, per ogni valore di t, il numero di elementi che si sono guastati e, di conseguenza, che sono stati sostituiti, che corrisponde alla curva interpolante i valori di $\rho(t^*)$.



Si noti che in queste condizioni, *pur trattandosi di guasti per usura distribuiti secondo una curva normale, la costanza della frequenza del manifestarsi delle avarie è dovuta alla non omogeneità della popolazione che è costituita da elementi di generazioni diverse .*