Bruno Bracalente

La comparazione degli aggregati economici nel tempo e nello spazio

Dispense per il corso di
Statistica Economica – Modulo II

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Economia

Perugia 2008

8. I numeri indici e la comparazione degli aggregati economici

Gli aggregati della contabilità nazionale illustrati nei capitoli precedenti vengono valutati anno dopo anno, e alcuni anche a cadenza trimestrale, dando luogo a serie temporali di dati annuali (o trimestrali). Una delle più importanti utilizzazioni di tali serie di aggregati è l'analisi delle loro variazioni nel tempo, con l'obiettivo di misurare l'intensità della loro "crescita". La crescita economica, in genere misurata in base all'andamento del Pil, così come la crescita dei consumi, degli investimenti ecc., non può tuttavia essere misurata tramite la comparazione nel tempo di aggregati valutati ai prezzi dei singoli anni (*prezzi correnti*).

La ragione è che la variazione del loro valore a prezzi correnti, la variazione *nominale*, non è attribuibile soltanto alla variazione della "quantità" di beni e servizi di cui tali aggregati sono espressione, ma anche alla variazione nel frattempo intervenuta nel livello dei prezzi dei medesimi beni e servizi. Per questa ragione per alcuni aggregati alla valutazione a prezzi correnti viene affiancata una seconda valutazione *a prezzi costanti*, cioè ai prezzi di un anno scelto come base o ai *prezzi dell'anno precedente*, in modo da eliminare dal confronto temporale l'effetto dell'aumento dei prezzi.

Un accorgimento simile è necessario anche per confrontare correttamente gli aggregati relativi a paesi diversi. Così come i confronti nel tempo vanno fatti eliminando l'effetto dell'*andamento dei prezzi*, quelli nello spazio vanno fatti eliminando l'effetto dei diversi *livelli dei prezzi* interni, ovvero esprimendo gli aggregati a *parità di potere d'acquisto*. Il problema riguarda anche i confronti tra paesi che adottano una medesima valuta, come gran parte dei paesi europei, non solo quelli che adottano valute diverse, per i quali la conversione mediante i tassi di cambio non costituisce una soluzione accettabile, data la loro notevole variabilità nel tempo, legata a fattori speculativi, e in ogni caso perché riflettono il potere di acquisto esterno e non quello interno.

I metodi di *deflazione degli aggregati* per i confronti nel tempo e quelli di determinazione di *aggregati a parità di potere d'acquisto* per i confronti nello spazio si basano sulla utilizzazione di appropriati numeri indici. Nel seguito di questo capitolo vengono pertanto richiamati i principali numeri indici necessari per i confronti nel tempo e nello spazio e viene fatto cenno alla misura dell'inflazione.

8.1. Caso di un solo bene: i numeri indici semplici

Partiamo dal caso più semplice, ipotizzando un aggregato costituito da un solo tipo di bene, il cui prezzo e la cui quantità al tempo t, denominato *tempo corrente*, li indichiamo rispettivamente con p_t e q_t, mentre con riferimento al tempo 0, denominato *tempo base*, li indichiamo con p_0 e q_0. Indichiamo inoltre con $v_t = p_t \cdot q_t$ e $v_0 = p_0 \cdot q_0$ il valore dell'aggregato, rispettivamente, al tempo corrente e a quello base. Con questi dati possiamo definire tre **numeri indici semplici**, relativi alle variazioni, rispettivamente, dei prezzi, delle quantità e del valore.

L'**indice semplice dei prezzi** del tempo corrente rispetto a quello base è dato dal rapporto tra il prezzo del tempo *t* e quello del tempo *0* (eventualmente moltiplicato per 100, per ottenere un indice in base 100):

$$ {}_{p}i_{0,t} = \frac{p_t}{p_0} ; $$

Se ad esempio il prezzo dell'ipotetico bene è passato da 1000 a 1100 euro, l'indice vale 1.1 e se viene moltiplicato per 100 vale 110, il che vuol dire che il prezzo è aumentato del 10%.

L'**indice semplice delle quantità** del tempo corrente rispetto a quello base è dato dal rapporto tra la quantità del tempo *t* e quella del tempo *0*:

$$ {}_{q}i_{0,t} = \frac{q_t}{q_0} . $$

L'**indice semplice del valore** del tempo corrente rispetto a quello base è dato infine dal rapporto tra il valore dell'aggregato del tempo *t* e quello del tempo *0*:

$$ {}_{v}i_{0,t} = \frac{v_t}{v_0} . $$

Poiché vale la relazione seguente:

$$ \frac{v_t}{v_0} = \frac{p_t}{p_0} \cdot \frac{q_t}{q_0} , $$

ovvero:

$$ {}_{v}i_{0,t} = {}_{p}i_{0,t} \cdot {}_{q}i_{0,t} , $$

nel caso dei numeri indici semplici vale la *proprietà di decomponibilità delle cause* o di *reversibilità dei fattori*, ovvero l'indice del valore è esprimibile come prodotto tra l'indice dei prezzi e quello delle quantità. E quindi è possibile scomporre la variazione del valore nelle sue due componenti, variazione dei prezzi e variazione delle quantità.

Nel caso di confronti spaziali gli indici elementare si definiscono allo stesso modo. Se denotiamo con *a* e *b* due paesi, di cui *a* è assunto come paese base, e indichiamo con p_a e q_a i prezzi e le quantità del bene considerato nel paese base e con p_b e q_b i prezzi e le quantità relativi al paese *b*, gli indici dei prezzi, delle quantità e del valore sono dati, rispettivamente, dai rapporti tra i prezzi (p_b/p_a), tra le quantità (q_b/q_a) e tra i valori (v_b/v_a), e ovviamente vale ancora la relazione tra i tre indici vista in precedenza.
Nel seguito di questo capitolo i numeri indici verranno illustrati con riferimento al confronto temporale, ma è chiaro fin da ora che gli stessi indici possono essere applicati anche ai confronti spaziali.

8.2. I numeri indici complessi

I confronti tra aggregati economici nel tempo e nello spazio ovviamente non riguardano un singolo bene, ma un insieme di beni (e servizi). Ad esempio, i beni e servizi compresi nell'aggregato consumi finali. Di conseguenza, se vogliamo depurare un aggregato dall'andamento dei prezzi, tale andamento non possiamo valutarlo tramite un numero indice semplice, ma dobbiamo ricorrere ad un **numero indice complesso** che sintetizzi l'andamento, a volte molto differenziato, dei prezzi dei diversi beni.

Si considerino *n* beni i cui prezzi e le cui quantità nell'anno base *0* e nell'anno corrente *t* per il generico bene *h* li indichiamo, rispettivamente, con p_{h0}, p_{ht} e q_{h0}, q_{ht}. L'insieme delle informazioni sui prezzi e sulle quantità degli n beni nei due tempi *0* e *t* le riportiamo nello schema seguente:

Beni	Prezzi		Quantità	
	0	t	0	t
1	p_{10}	p_{1t}	q_{10}	q_{1t}
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
h	p_{h0}	p_{ht}	q_{h0}	q_{ht}
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	p_{n0}	p_{nt}	q_{n0}	q_{nt}

Con tali dati si possono definire i due seguenti *aggregati effettivi*:

$$\sum_h p_{h0}\, q_{h0} \;;$$

$$\sum_h p_{ht}\, q_{ht} \;,$$

ovvero, rispettivamente, la spesa effettiva nell'anno base e nell'anno corrente.

Con i medesimi dati dello schema si possono inoltre calcolare anche i due seguenti *aggregati fittizi*:

$$\sum_h p_{h0}\, q_{ht} \;;$$

$$\sum_h p_{ht}\, q_{h0} \;,$$

ovvero, rispettivamente, la spesa (fittizia) che si sarebbe avuta al tempo corrente se i prezzi degli *n* beni fossero restati quelli del tempo base e la spesa fittizia che si sarebbe avuta se al tempo corrente fossero rimaste invece costanti le quantità del tempo base.

Il rapporto tra i due aggregati effettivi misura la variazione del valore dell'aggregato considerato dall'anno *0* all'anno *t* ed è chiamato **indice della variazione del valore**:

$$V_{0,t} = \frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}}.$$

Come già rilevato, la variazione del valore dipende dalle variazioni sia dei prezzi che delle quantità. Per separare le due componenti, ovvero per ottenere da un lato una misura della variazione dei prezzi e dall'altro una misura della variazione delle quantità, occorre rapportare opportunamente aggregati effettivi e fittizi. Si ottengono così due diversi indici complessi dei prezzi e due delle quantità.
I due **indici dei prezzi** sono i seguenti:

Indice dei prezzi di Laspeyres

$$P^L_{0,t} = \frac{\sum_h p_{ht} q_{h0}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} = \sum_h \frac{p_{ht}}{p_{h0}} \frac{p_{h0} q_{h0}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}};$$

Indice dei prezzi di Paasche

$$P^P_{0,t} = \frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{ht}} = \sum_h \frac{p_{ht}}{p_{h0}} \frac{p_{h0} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{ht}}.$$

Come si vede, entrambi gli indici complessi possono essere espressi come medie ponderate dei numeri indici semplici dei prezzi dei singoli beni che fanno parte dell'aggregato (p_{ht}/p_{h0} per il generico bene h). La differenza tra i due indici complessi sta nel fattore di ponderazione, che nell'indice di Laspeyres è costituito dalla quota sul totale della spesa effettiva per il bene h nell'anno base, mentre in quello di Paasche è costituito dalla quota sul totale della spesa fittizia $p_{h0}\, q_{ht}$. Nel primo caso (Laspeyres) l'indice è pertanto detto *a ponderazione fissa alla base*, mentre nel secondo (Paasche) è detto *a ponderazione variabile*.

Gli **indici delle quantità** sono invece i seguenti:

Indice delle quantità di Laspeyres

$$Q^L_{0,t} = \frac{\sum_h p_{h0} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} = \sum_h \frac{q_{ht}}{q_{h0}} \frac{p_{h0} q_{h0}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}};$$

Indice delle quantità di Paasche

$$Q^P_{0,t} = \frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{ht} q_{h0}} = \sum_h \frac{q_{ht}}{q_{h0}} \frac{p_{ht} q_{h0}}{\sum_h p_{ht} q_{h0}} .$$

Anche tali indici complessi possono essere visti come medie ponderate dei numeri indici semplici delle quantità relativi ai singoli beni che fanno parte dell'aggregato (q_{ht}/q_{h0} per il generico bene *h*). Per l'indice di Laspeyres il fattore di ponderazione è ancora costituito dalla quota sul totale della spesa per il bene *h* nell'anno base, mentre per l'indice di Paasche è la quota sul totale della spesa fittizia $p_{ht}\, q_{h0}$.

Chiediamoci ora se gli indici complessi appena definiti consentono effettivamente di scomporre la variazione del valore dell'aggregato nelle sue due componenti: la variazione dei prezzi e la variazione delle quantità. Detto in altri termini, si tratta di stabilire se anche detti indici complessi soddisfano la **proprietà di decomponibilità delle cause** o di **reversibilità dei fattori**, che come si è visto è sempre valida per gli indici semplici.

In generale, indicata con *V* la variazione del valore dell'aggregato e con *P* e *Q* rispettivamente l'indice dei prezzi e quello delle quantità, come già visto nel caso di indici semplici, si dice che un indice soddisfa la proprietà di decomponibilità delle cause o di reversibilità dei fattori se vale la relazione:

$P\, Q = V$.

Tale proprietà in realtà non è soddisfatta né dall'indice di Laspeyres, né da quello di Paasche. E' infatti facile verificare che:

$P^L\, Q^L \neq V$;
$P^P\, Q^P \neq V$.

E' tuttavia altrettanto facile verificare che valgono le relazioni seguenti:

$P^L\, Q^P = V$;
$P^P\, Q^L = V$.

Si dice pertanto che gli indici di Laspeyres e Paache soddisfano la proprietà di reversibilità dei fattori *in senso debole*. Come vedremo più avanti, è tuttavia proprio sulla base di tale proprietà di decomponibilità o reversibilità debole che i due indici vengono utilizzati nell'ambito della deflazione degli aggregati.
A partire dalle due relazioni precedenti è peraltro possibile definire un altro numero indice complesso (l'indice di Fischer) che soddisfa la proprietà di decomponibilità delle cause o reversibilità dei fattori *in senso forte*. Moltiplicando membro a membro le precedenti due equazioni si ottiene infatti:

$P^L\, P^P\, Q^L\, Q^P = V^2$

e definiti $P^F = (P^L\, P^P)^{1/2}$ e $Q^F = (Q^L\, Q^P)^{1/2}$, si ottiene immediatamente:

$P^F \cdot Q^F = V$.

Gli indici P^F e Q^F sono gli **indici di Fisher**, rispettivamente dei prezzi e delle quantità, definiti come medie geometriche dei corrispondenti indici di Laspeyres e Paasche.
L'indice di Fisher tuttavia non soddisfa un'altra proprietà pure importante ai fini della deflazione degli aggregati: la **proprietà di additività**, secondo la quale se un aggregato è dato dalla somma di diverse componenti elementari - ad esempio il Pil, che è pari alla somma delle componenti della domanda finale - il valore a prezzi costanti dell'aggregato deve essere uguale alla somma dei valori a prezzi costanti delle sue componenti elementari. Quest'ultima proprietà è invece soddisfatta dagli indici di Laspeyres e di Paasche, che anche per questo ne viene raccomandata l'utilizzazione nell'ambito dei procedimenti di deflazione degli aggregati di CN.

Altrettanto importanti, specialmente nei confronti spaziali, sono infine le proprietà di *reversibilità delle basi* e di *transitività delle basi*. Vediamole separatamente.
Un generico indice soddisfa la **proprietà di reversibilità delle basi** se vale la relazione seguente:

$$I_{t,0} = 1/I_{0,t}$$

ovvero l'indice calcolato per il tempo *0* rispetto alla base *t* è uguale al reciproco dell'indice del tempo *t* rispetto alla base *0*. Tale proprietà, che dovrebbe sembrare ovvia – se dal tempo *0* al tempo *t* i prezzi sono raddoppiati, l'indice del tempo *0* in base *t* deve valere ½ – vale per gli indici semplici. Ad esempio:

$$i_{t,0} = p_0/p_t = 1/i_{0,t} .$$

La proprietà non vale invece né per l'indice di Laspeyres, né per quello di Paache.
Come è facile verificare si ha infatti:

$$1/P^L_{0,t} = P^P_{t,0} ;$$
$$1/P^P_{0,t} = P^L_{t,0} .$$

La proprietà di reversibilità delle basi vale invece per l'indice di Fischer, poiché dalle espressioni precedenti si può scrivere:

$$1/P^L_{0,t} \cdot 1/P^P_{0,t} = P^P_{t,0} \cdot P^L_{t,0}$$

da cui

$$(1/P^L_{0,t} \cdot 1/P^P_{0,t})^{1/2} = (P^P_{t,0} \cdot P^L_{t,0})^{1/2}$$

e quindi

$$1/P^F_{t,0} = P^F_{0,t} .$$

La **proprietà di transitività delle basi** (o circolarità) è invece verificata se vale la seguente relazione:

$I_{0,s}\ I_{s,t} = I_{0,t}$.

Tale proprietà consente di cambiare la base semplicemente dividendo i due corrispondenti indici già calcolati con la vecchia base: ad esempio un nuovo indice al tempo *t* in base *s*, invece che *0*, può essere ottenuto nel modo seguente:

$$I_{s,t} = \frac{I_{0,t}}{I_{0,s}} .$$

In altri termini, se vale la proprietà di transitività delle basi si ha che serie di numeri indici con diversa base differiscono tra loro per una costante moltiplicativa ($1/\ I_{0,s}$) e di conseguenza il confronto nel tempo (o nello spazio) è indipendente dalla scelta della base.

La medesima proprietà consente inoltre di esprimere un indice a base fissa come prodotto di indici a base mobile, ottenuti cioè rapportando ogni situazione a quella del tempo immediatamente precedente. Si può scrivere cioè:

$$I_{0,t} = I_{0,1}\ I_{1,2}\ \ldots.\ I_{t-1,t} .$$

Nessuno degli indici complessi elencati in precedenza, neppure quello di Fisher, soddisfa però questa proprietà, che è invece valida per gli indici semplici.

Gli indici a catena. Il principale limite degli indici complessi a base fissa è la perdita di rappresentatività del sistema di ponderazione, man mano che ci si allontana dall'anno base, a causa di vari cambiamenti economici che si verificano nel tempo e che possono riguardare la comparsa di nuovi prodotti e la scomparsa di altri, oppure altri mutamenti nelle quantità acquistate dei vari beni, così come nei loro prezzi relativi. Per ovviare, almeno in parte, a tale perdita di rappresentatività del sistema di ponderazione, ovvero a quello che viene definito *logoramento della base*, in genere si procede, dopo un certo numero di anni, al cambiamento della base di calcolo del numero indice.

L'aggiornamento della base dopo un certo numero di anni non consente tuttavia di inglobare nei numeri indice i cambiamenti dei prezzi e delle quantità con la necessaria tempestività. Per questo il SEC95 raccomanda di utilizzare i cosiddetti *indici a catena*, invece dei tradizionali numeri indici a base fissa.
Un indice a catena dell'anno *t* con riferimento all'anno *0* è definito nel modo seguente:

$$^{C}I_{0,t} = I_{0,1}\ I_{1,2}\ \ldots.\ I_{t-1,t} = \prod_{s=1}^{t} I_{s-1,s}$$

dove $I_{0,1}$, …., $I_{t-1,t}$ sono numeri indici complessi di un qualsiasi tipo.
Ad esempio, gli indici a catena di Laspeyres dei prezzi e delle quantità dal tempo 0 al tempo 2 sono i seguenti:

$$ {}^{C}P^{L}_{0,2} = \frac{\sum_h p_{h1} q_{h0}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} \; \frac{\sum_h p_{h2} q_{h1}}{\sum_h p_{h1} q_{h1}}; $$

$$ {}^{C}Q^{L}_{0,2} = \frac{\sum_h p_{h0} q_{h1}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} \; \frac{\sum_h p_{h1} q_{h2}}{\sum_h p_{h1} q_{h1}}. $$

Il continuo rinnovo della base, che è caratteristico degli indici a catena, eliminando il problema del suo logoramento, rende praticamente ininfluente anche la scelta del tipo di numero indice complesso (Laspeyres, Paasche o Fisher). Tuttavia, poiché nessuno di tali indici complessi gode della proprietà di transitività delle basi o circolarità, nella ipotesi che sia i prezzi che le quantità assumano di nuovo i valori originari, l’indice a catena non ritornerà al suo valore iniziale.

Inoltre, gli indici a catena non soddisfano la proprietà di additività, il che costituisce un limite rilevante, almeno sotto il profilo teorico, ai fini della loro applicazione alla deflazione degli aggregati di contabilità nazionale, poiché danno luogo a discrepanze nella quadratura dei relativi conti. In pratica, tuttavia, tali discrepanze sono di entità modesta e pertanto i vantaggi prima menzionati sono dal SEC considerati complessivamente prevalenti rispetto a quest’ultimo limite.

ESERCIZIO 12

Nella tabella seguente sono riportati i prezzi e le quantità scambiate di un paniere di tre beni in tre anni successivi:

Beni	Prezzi			Quantità		
	Anni			Anni		
	0	1	2	0	1	2
1	10	11	12	120	120	130
2	9	10	10	200	220	210
3	20	22	21	80	70	80

a) Assumendo come base l’anno *0*, calcolare gli indici dei prezzi e delle quantità di Laspeyres, Paasche e Fischer dell’anno *2*;
b) calcolare l’indice della variazione del valore dall’anno *0* all’anno *2* e mostrare tutte le possibili scomposizioni di tale variazione nel prodotto di due indici, relativi rispettivamente alla variazione delle quantità e alla variazione dei prezzi;
c) calcolare l’indice a catena dei prezzi di Laspeyres del tempo *2* e confrontarlo con il corrispondente indice a base fissa.

Soluzione:
Riportiamo nella tabella seguente lo schema di calcolo degli aggregati effettivi e fittizi al tempo 0 e al tempo 2 necessari per il calcolo dei diversi indici:

Beni	$p_{h0}\ q_{h0}$	$p_{h2}\ q_{h2}$	$p_{h2}\ q_{h0}$	$p_{h0}\ q_{h2}$
1	1200	1560	1440	1300
2	1800	2100	2000	1890
3	1600	1680	1680	1600
Totale	4600	5340	5120	4790

a) Gli indici dei prezzi sono pertanto:
$P^L_{0,2} = 5120/4600 = 1.113$;
$P^P_{0,2} = 5340/4790 = 1.115$;
$P^F_{0,2} = (1.113 \cdot 1.115)^{1/2} = 1.114$.
Gli indici delle quantità sono invece:
$Q^L_{0,2} = 4790/4600 = 1.041$;
$Q^P_{0,2} = 5340/5120 = 1.043$;
$Q^F_{0,2} = (1.041 \cdot 1.043)^{1/2} = 1.042$.
b) L'indice della variazione del valore è $V_{0,2} = 5340/4600 = 1.161$ e può essere scomposto in tre modi:
$V_{0,2} = P^L_{0,2}\, Q^P_{0,2} \rightarrow 1.161 = 1.113 \cdot 1.043$;
$V_{0,2} = P^P_{0,2}\, Q^L_{0,2} \rightarrow 1.161 = 1.115 \cdot 1.041$;
$V_{0,2} = P^F_{0,2}\, Q^F_{0,2} \rightarrow 1.161 = 1.114 \cdot 1.042$.
c) Riportiamo nella tabella seguente lo schema di calcolo degli aggregati effettivi e fittizi necessari per determinare gli indici dei prezzi di Laspeyres dal tempo 0 al tempo 1 e dal tempo 1 al tempo 2:

Beni	$p_{h0}\ q_{h0}$	$p_{h1}\ q_{h0}$	$p_{h1}\ q_{h1}$	$p_{h2}\ q_{h1}$
1	1200	1320	1320	1440
2	1800	2000	2200	2200
3	1600	1760	1540	1470
Totale	4600	5080	5060	5110

L'indice concatenato del tempo 2 rispetto al tempo 0 è dato da:
${}^{C}P^L_{0,2} = {}^{C}P^L_{0,1} \cdot {}^{C}P^L_{1,2} = (5080/4600) \cdot (5110/5060) = 1.1043 \cdot 1.0099 = 1.115$.
Il valore dell'indice concatenato è maggiore del corrispondente indice a base fissa, che è pari a 1.113.

8.3. I numeri indici dei prezzi al consumo e la misura dell'inflazione

L’inflazione è un processo generalizzato di aumento dei prezzi che riguarda l’insieme di beni e servizi ed è misurata mediante gli indici dei prezzi al consumo (IPC). Un indice dei prezzi al consumo è una media delle variazioni dei prezzi di uno stesso insieme di beni e servizi (denominato *paniere*) rappresentativo del complesso della spesa per consumi finali delle famiglie, tra il tempo base e il tempo corrente e viene calcolato, attraverso aggregazioni successive, con la formula di Laspeyres.

I prezzi considerati sono quelli originati da *transazioni monetarie*, ovvero che si formano effettivamente sul mercato, escludendo quindi i valori imputati, come gli autoconsumi o i fitti figurativi relativi ad abitazioni di proprietà. Va inoltre precisato che gli indici dei prezzi al consumo si riferiscono alle transazioni che avvengono *nel territorio economico* del paese, compresi quindi gli acquisti dei non residenti ed esclusi quelli fatti all’estero dai residenti.

Per l’Italia vengono calcolati tre diversi indici dei prezzi al consumo:

- **l’indice nazionale dei prezzi al consumo per l’intera collettività** (NIC). Misura l’andamento generale dei prezzi a livello dell’intero sistema economico, ed è l’indicatore di riferimento per il monitoraggio e il controllo dell’inflazione;

- **l’indice dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati** (FOI). Spesso chiamato indice del costo della vita, si riferisce ai prezzi dei beni e servizi acquistati dalle sole famiglie che fanno capo ad un lavoratore dipendente (extra agricolo) ed è utilizzato per adeguare periodicamente i valori monetari espressi in euro correnti (ad esempio, i canoni di affitto, gli assegni dovuti al coniuge separato, ecc.);

- **l’indice armonizzato dei prezzi al consumo per i paesi dell’Unione europea** (IPCA). E’ calcolato per fornire una misura dell’inflazione comparabile a livello europeo.

I tre indici sono calcolati, con la medesima metodologia, a partire da un’unica rilevazione concernente lo stesso paniere di beni e servizi. Le differenze tra i tre indici riguardano:

- il concetto di **prezzo** considerato: il prezzo pieno di vendita, per gli indici NIC e FOI; il prezzo effettivamente pagato dalle famiglie, per l’indice IPCA (la differenza riguarda essenzialmente il prezzo dei farmaci: intero prezzo di vendita o solo ticket a carico delle famiglie);

- la **ponderazione** utilizzata, rappresentativa della spesa delle famiglie considerate nei diversi indici: quella delle famiglie di operai e impiegati, per l’indice FOI; quella dell’insieme delle famiglie, per NIC e IPCA.

Il paniere di beni e servizi è articolato in 206 *voci di prodotto* (spesso composte da più prodotti, tanto che quelli complessivamente considerati sono quasi mille), classificate in gruppi, categorie e infine in 12 *capitoli di spesa*, riportati nella tabella seguente insieme al peso con cui, nei diversi indici, ogni capitolo di spesa contribuisce a determinare il corrispondente indice generale.

Tabella 8.1. Pesi dei capitoli di spesa per il calcolo degli indici dei prezzi al consumo (in percentuale sul totale; anno 2007).

	Indici dei prezzi		
Capitoli di spesa	NIC	IPCA	FOI
1. Prodotti alimentari e bevande non alcoliche	16.4	17.3	16.3
2. Bevande alcoliche e tabacchi	3.0	3.2	3.4
3. Abbigliamento e calzature	8.6	9.4	9.4
4. Abitazione, acqua, energia e combustibili	9.8	10.3	9.5
5. Mobili, articoli e servizi per la casa	8.7	9.2	8.6
6. Servizi sanitari e spese per la salute	8.0	3.6	6.4
7. Trasporti	15.1	16.0	17.0
8. Comunicazioni	2.8	3.0	2.9
9. Ricreazione, spettacoli e cultura	7.7	7.2	8.5
10. Istruzione	0.9	1.0	1.1
11. Alberghi, ristoranti e pubblici esercizi	10.8	11.4	9.4
12. Altri beni e servizi	8.0	8.4	7.2
Totale	100.0	100.0	100.0

Come si vede, la differenza più rilevante tra le tre strutture dei pesi riguarda il capitolo *Servizi sanitari e spese per la salute*, che nell'indice IPCA è molto minore poiché, come detto, per i farmaci viene considerato il prezzo effettivamente pagato dalle famiglie invece del prezzo pieno di vendita. Va osservato inoltre, che il relativamente modesto peso del capitolo di spesa *Abitazione, acqua, elettricità e combustibili* dipende dal fatto che gli affitti pagati dalle famiglie pesano poco sul bilancio medio delle famiglie italiane, dato che gran parte di esse abitano in abitazioni di proprietà e i fitti figurativi, come detto, non entrano negli indici dei prezzi.

Le informazioni statistiche sui prezzi vengono raccolte attraverso due rilevazioni:

- una **rilevazione territoriale**, effettuata nei capoluoghi di provincia, a cura degli uffici comunali di statistica, che riguarda la maggior parte dei beni e servizi (circa l'80% della spesa) i cui prezzi sono rilevati in circa 40.000 punti vendita rappresentativi sia della grande distribuzione commerciale che dei negozi tradizionali e dei mercati rionali;

- una **rilevazione centralizzata**, effettuata direttamente dall'Istat per i prodotti i cui prezzi sono uguali in tutto il territorio nazionale (tabacchi, periodici, medicinali, alcune tariffe); per i prodotti soggetti a frequenti cambiamenti tecnologici (computer, telefoni cellulari); per i servizi la cui fruizione non riguarda solo i residenti nei comuni coinvolti nell'indagine (stabilimenti balneari, camping).

Le serie temporali (mensili) degli indici dei prezzi si basano sulla tecnica del concatenamento di indici di Laspeyres a base mobile, assumendo come *base di calcolo* il mese di dicembre dell'anno precedente, mese nel quale ogni anno viene rinnovato il paniere dei beni e servizi e il relativo sistema di ponderazione.

Nella tabella seguente sono riportati gli indici NIC e FOI (medie annuali degli indici mensili) relativi al periodo 2000–2006. L'indice NIC, rispetto all'indice FOI, come si vede mostra una dinamica dei prezzi leggermente più accentuata.

Tabella 8.2. Indici dei prezzi al consumo (1995 = 100).
Italia 2000-2006

	Indici dei prezzi	
Anni	NIC	FOI
2000	112.8	112.1
2001	115.9	115.1
2002	118.8	117.9
2003	122.0	120.8
2004	124.7	123.2
2005	127.1	125.3
2006	129.8	127.8

Nella tabella seguente sono invece riportati gli indici armonizzati relativi ai principali paesi europei e all'insieme dei 12 paesi dell'euro nel periodo 2001–2005. Dal confronto si rileva una dinamica dell'inflazione italiana sensibilmente più accentuata di quella registrata dai principali paesi europei e da quella media del complesso dei paesi dell'euro zona, esclusa la Spagna.

Tabella 8.3. Indici armonizzati dei prezzi al consumo nei principali paesi europei (1996 = 100).

Paesi	2001	2002	2003	2004	2005
Italia	110.9	113.8	117	119.7	122.3
Francia	106.3	108.3	110.7	113.3	115.4
Germania	107.4	107.6	108.8	110.7	112.8
Regno Unito	106.9	108.3	109.8	111.2	113.5
Spagna	112.8	116.8	120.5	124.1	128.7
Eu 12 (euro zona)	109.1	111.2	113.5	115.9	118.2

9. Il confronto degli aggregati nel tempo

Si è già sottolineato nel capitolo precedente che per misurare l'intensità della crescita di grandezze economiche è necessario distinguere, nelle variazioni di valore (nominali) degli aggregati, la parte derivante da variazioni dei prezzi da quella derivante da variazioni "in quantità". Per questo nei sistemi di CN gli aggregati relativi a operazioni su beni e servizi - compresi nei conti di equilibrio dei beni e servizi, in quello della produzione e quindi nel conto delle risorse e degli impieghi - vengono valutati anche a prezzi costanti di un anno scelto come base, al netto cioè degli effetti dell'inflazione. Negli anni più recenti le tradizionali valutazioni a prezzi costanti sono state peraltro sostituite con più appropriate valutazioni ai prezzi dell'anno precedente, procedendo poi alla costruzione di *aggregati in volume* attraverso la tecnica del *concatenamento*.

La necessità di confrontare nel tempo gli aggregati contabili al netto degli effetti dell'inflazione non riguarda peraltro soltanto quelli derivanti da operazioni su beni e servizi, esprimibili come somma di quantità per i relativi prezzi. Ad esempio, una esigenza conoscitiva altrettanto rilevante è valutare l'andamento nel tempo del potere d'acquisto reale di aggregati come il reddito da lavoro dipendente, il reddito disponibile, il risparmio, ecc. Per questi *aggregati monetari*, che non sono esprimibili come somma di prezzi per quantità, la trasformazione in *aggregati in termini reali*, ovvero la loro *deflazione*, non prevista e non realizzata nell'ambito della CN, va fatta con criteri diversi.

9.1. Gli aggregati a prezzi costanti

Per gli aggregati dati dalla somma di numerose quantità per i relativi prezzi (la produzione, i consumi, gli investimenti, ecc.) esprimerli a prezzi costanti vuol dire semplicemente calcolare aggregati fittizi in cui alle quantità del tempo corrente non si applicano i prezzi del medesimo periodo, ma quelli di un anno diverso scelto come base.

In teoria, disponendo di tutte le quantità che entrano nell'aggregato, ad esempio le quantità di beni e servizi che compongono i consumi delle famiglie, e di tutti prezzi di tali beni anche per l'anno base, un generico aggregato al tempo t valutato ai prezzi dell'anno base 0, indicato con $A_{0,t}$, può essere ottenuto direttamente attraverso l'espressione seguente:

$$A_{0,t} = \sum_h p_{h0}\, q_{ht} .$$

In pratica, tuttavia, la valutazione dell'aggregato a prezzi costanti non avviene applicando tale **metodo analitico**, ma attraverso altri due metodi indiretti utilizzati a seconda del tipo di aggregato (o di componente dell'aggregato):

- la *deflazione* tramite indici di prezzo;
- l'*estrapolazione* tramite indici di quantità.

La **deflazione** consiste nel dividere l'aggregato a prezzi correnti per un appropriato indice dei prezzi dal tempo base a quello corrente:

$$A_{0,t} = \sum_h p_{ht}\, q_{ht} \;/\; P_{0,t} \;.$$

Se la deflazione fosse fatta tramite un indice dei prezzi di tipo Paasche (e se inoltre l'indice fosse non campionario, ma completo) si otterrebbe la stessa espressione del metodo analitico. Infatti:

$$\sum_h p_{ht}\, q_{ht} \;/\; \frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{ht}} = \sum_h p_{h0}\, q_{ht} \;.$$

Il metodo della **estrapolazione** consiste invece nel moltiplicare l'aggregato del tempo base per un indice rappresentativo della variazione delle quantità dal tempo base a quello corrente:

$$A_{0,t} = \sum_h p_{h0}\, q_{h0} \cdot Q_{0,t} \,.$$

In questo caso, estrapolando con un indice delle quantità di tipo Laspeyres (e se l'indice fosse completo) si otterrebbe di nuovo la stessa espressione del metodo analitico. Infatti:

$$\sum_h p_{h0}\, q_{h0} \cdot \frac{\sum_h p_{h0} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} = \sum_h p_{h0}\, q_{ht} \;.$$

In pratica, la valutazione a prezzi costanti non è tuttavia ottenuta applicando o l'uno o l'altro dei due metodi precedenti all'intero aggregato, ma applicando l'uno (deflazione) – largamente prevalente – o l'altro (estrapolazione) alle sue componenti elementari, a seconda delle loro caratteristiche e del tipo di informazioni disponibili. In ogni caso, i consumi finali non possono essere valutati a prezzi costanti applicando a tutte le componenti dell'aggregato il metodo della deflazione poiché una parte di esso è costituita dai servizi non destinabili alla vendita che come tali non hanno un prezzo di mercato. Ancora diverso è il caso degli aggregati che costituiscono saldi contabili, come il valore aggiunto, non direttamente esprimibili come somma di quantità per prezzi, la cui valutazione a prezzi costanti segue pertanto una diversa procedura. Vediamo separatamente questi due aspetti.

Il valore a prezzi costanti dei servizi non destinabili alla vendita. Come appena ricordato, poiché non si ha produzione venduta sul mercato, a tali servizi non è applicabile il metodo della deflazione attraverso indici di prezzo. E' pertanto necessario ricorrere al metodo della estrapolazione, calcolando appropriati indici rappresentativi della variazione delle quantità di servizi prodotti. A questo proposito occorre però distinguere tra servizi individuali e collettivi.

Soltanto per i **servizi individuali** (istruzione, sanità, ecc.) è infatti concretamente possibile calcolare indici rappresentativi della variazione delle quantità dei singoli servizi prodotti. Ad esempio, il numero di ore di insegnamento per i servizi di istruzione, le giornate di degenza ospedaliera, per tipo di prestazione sanitaria, per i servizi sanitari, ecc. Pertanto, il valore a prezzi costanti di questa prima componente dei servizi non destinabili alla vendita può essere valutato abbastanza agevolmente moltiplicando per tali indici delle quantità il costo unitario dei servizi dell'anno base.

Per i **servizi collettivi**, a beneficio di tutta la popolazione e quindi non divisibili, come i servizi generali della pubblica amministrazione, la difesa, l'ordine pubblico, la giustizia, ecc., indicatori delle quantità di servizi prodotti non sono invece definibili e quantificabili. La stima a prezzi costanti deve di conseguenza seguire altre vie. Una è la valutazione a prezzi costanti degli elementi di costo di produzione dei servizi, ovvero dei consumi intermedi, del reddito da lavoro dipendente e degli ammortamenti.

Un'altra, più semplice e approssimativa, è l'estrapolazione del valore dei servizi dell'anno base attraverso un indice della variazione del volume di lavoro impiegato per la loro produzione, ipotizzando cioè che la variazione della quantità di servizi sia strettamente proporzionale alla variazione dell'input di lavoro. Va rilevato a questo proposito che misurare la variazione dell'output dei servizi collettivi tramite le variazioni dell'input rende priva di significato la misura della loro produttività, che è definita proprio come rapporto tra l'output e gli input impiegati per ottenerlo.

La deflazione del valore aggiunto. Gli aggregati che costituiscono saldi di flussi, come il valore aggiunto, dato dalla differenza tra produzione totale e consumi intermedi, ma anche i margini commerciali, dati dalla differenza tra il valore dei beni venduti e quello dei beni acquistati, non sono esprimibili direttamente come prodotto di quantità per prezzi, ma come differenza tra aggregati a loro volta esprimibili come prodotto di quantità per prezzi. Ad essi si applica pertanto la tecnica della **doppia deflazione**, che consiste nel deflazionare separatamente le componenti da cui derivano (produzione e consumi intermedi, nel caso del valore aggiunto) e nel calcolare per differenza l'aggregato a prezzi costanti.

Nei casi in cui i dati necessari alla doppia deflazione del valore aggiunto non siano tutti disponibili si può fare ricorso anche ad un unico indicatore (**metodo dell'indicatore semplice**), in due possibili versioni:

- *deflazione* diretta del valore aggiunto a prezzi correnti attraverso un unico indice dei prezzi (alla produzione). L'ipotesi sottostante è che l'andamento dei prezzi sia stato lo stesso per la produzione e per i consumi intermedi;

- *estrapolazione* del valore aggiunto al tempo base attraverso un indice della quantità (indice della produzione industriale). L'ipotesi è che anche la quantità dei consumi intermedi abbia avuto la stessa dinamica della produzione.

9.2. Prezzi e volumi

Come si è visto nel paragrafo precedente, la deflazione degli aggregati derivanti da operazioni su beni e servizi, neutralizzando l'effetto della variazione dei prezzi, consente di misurare la cosiddetta variazione "in quantità". Quest'ultima va tuttavia più propriamente intesa come variazione "in volume". L'aggregato depurato dagli effetti dell'inflazione è infatti una somma ponderata di quantità per prezzi (costanti) che può aumentare o diminuire a causa non soltanto della variazione della quantità complessiva, ma anche della *composizione* dell'aggregato.

Ad esempio, il valore dei consumi finali a prezzi costanti potrebbe essere aumentato, a parità di quantità complessivamente consumata, a causa di una modificazione della composizione del paniere verso beni e servizi a prezzo più elevato. Così come la spesa per viaggi ferroviari potrebbe aumentare a parità di numero di passeggeri/Km, e a parità dei prezzi dei biglietti, per effetto di una modificazione della composizione dei viaggiatori a vantaggio della prima classe rispetto alla seconda. Nella scomposizione della variazione del valore questi effetti di composizione vanno attribuiti alla cosiddetta componente quantità, più correttamente denominata *volume*.

Allo stesso modo va trattato il problema delle **modificazioni di qualità** dei beni e servizi, come ad esempio l'introduzione di un nuovo modello di automobile o di computer. Le differenze di qualità identificano beni e servizi diversi, che vanno pertanto considerati separatamente nel processo di deflazione. Se si è in presenza di qualità diverse, ad esempio un nuovo modello di computer con maggiori potenzialità, la corrispondente variazione del valore non può essere attribuita alla componente prezzo, ma va attribuita alla componente volume. Peraltro, si ha un prodotto diverso non solo se è intrinsecamente diverso, ma anche se viene ceduto in particolari condizioni.

Ad esempio, l'energia elettrica erogata alle ore di punta va considerata di qualità diversa rispetto alla medesima energia erogata in altri orari; lo stesso vale per il caso di uno stesso bene venduto in negozio o al mercato rionale o per i già menzionati viaggi ferroviari in prima o seconda classe. In tutti questi casi i maggiori prezzi vanno attribuiti a una maggiore qualità del bene o servizio e quindi alla componente volume.

Diverso è invece il caso della **discriminazione di prezzo**, che si ha quando per gli stessi beni o servizi sono deliberatamente stabiliti prezzi diversi a favore di determinate categorie, come ad esempio le tariffe di trasporto agevolate per pensionati o studenti. In questo caso il prezzo del bene o servizio è dato dalla media ponderata dei prezzi praticati ai diversi soggetti e la eventuale variazione del valore a parità di quantità deve essere attribuita alla componente prezzo.

9.3. Gli indici delle variazioni in volume e dei prezzi impliciti

Riprendiamo l'espressione di un generico aggregato a prezzi costanti, in generale ottenuto, come si è detto, applicando metodi diversi alle sue diverse componenti elementari:

$$A_{0,t} = \sum_h p_{h0} q_{ht} \ .$$

Se rapportiamo tale aggregato dell'anno *t* valutato ai prezzi dell'anno base per il corrispondente aggregato a prezzi correnti dell'anno base otteniamo un **indice della variazione in volume** di tipo Laspeyres dall'anno base all'anno corrente. Abbiamo infatti:

$$\frac{\sum_h p_{h0} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} = Q^L_{0,t} \ .$$

Se invece rapportiamo l'aggregato del tempo *t* a prezzi correnti per l'aggregato del medesimo anno ma a prezzi costanti dell'anno *0* otteniamo un **indice della variazione dei prezzi** di tipo Paasche dall'anno base all'anno corrente:

$$\frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{ht}} = P^P_{0,t} \ .$$

Detto indice dei prezzi, derivante non da una apposita rilevazione come quelle da cui si ottengono gli indici NIC, FOI e IPCA descritti in precedenza, ma *implicitamente* dalle procedure di deflazione dell'aggregato, è denominato **indice dei prezzi impliciti** o **deflatore implicito**. Se calcolato con riferimento alla spesa per consumi delle famiglie, tale indice ci fornisce una ulteriore misura dell'inflazione, diversa da quella ottenuta con l'indice NIC, ma ad essa simile.

In conclusione, le variazioni dell'aggregato nel periodo considerato al netto dell'inflazione sono dunque esprimibili attraverso un indice in volume di tipo Laspeyres, mentre quelle dei prezzi attraverso un indice di tipo Paasche, e il loro prodotto è la variazione nominale dell'aggregato. Per la proprietà della reversibilità debole dei fattori si ha infatti:

$$P^P_{0,t} \, Q^L_{0,t} = \frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{ht}} \, \frac{\sum_h p_{h0} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} = \frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} = V_{0,t} \, .$$

Nella tabella seguente sono riportati i consumi finali in Italia dal 1995 al 2000, a prezzi correnti e costanti, insieme al corrispondente deflatore dei consumi e all'indice NIC dei prezzi al consumo. Il deflatore segnala una inflazione un po' più marcata rispetto all'indice NIC (16.6% contro 12.8% nel quinquennio). Va tuttavia tenuto presente che i due indicatori non sono del tutto comparabili, poiché il deflatore tiene conto anche dei beni e servizi non destinabili alla vendita.

Tabella 9.1. Consumi finali, deflatore dei consumi e indice NIC dei prezzi al consumo.

Anni	Prezzi correnti	Prezzi 1995	Deflatore (1995 = 100)	Indice NIC (1995 = 100)
1995	706959	706959	100.0	100.0
1996	750511	715366	104.9	104.0
1997	791153	733512	107.9	106.1
1998	829565	752024	110.3	108.2
1999	867486	769438	112.7	110.0
2000	919482	788797	116.6	112.8

ESERCIZIO 13

A partire dai dati contenuti nella precedente tabella 8.1, per l'intero quinquennio 1995–2000 calcolare la variazione nominale (del valore) dei consumi finali e scomporla nel prodotto delle variazioni dei prezzi e in volume.

Soluzione:
indice della variazione nominale: 919482/706959 = 1.30;
indice della variazione dei prezzi: 116.6/100.0 = 1.166;
indice della variazione in volume: 788797/706959 = 1.116.
Scomposizione della variazione nominale: 1.30 = 1.166 · 1.116.

9.4. Gli aggregati ai prezzi dell'anno precedente e le serie concatenate in volume

La valutazione a prezzi costanti di un anno scelto come base presenta il limite, già rilevato nel capitolo precedente, derivante dal fatto che con il passare del tempo i prezzi del periodo base non sono più rappresentativi, il che impone di aggiornare di tanto in tanto la base stessa. Il cambiamento della base peraltro non risolve del tutto il problema, poiché i cambiamenti della struttura dei prezzi, che determinano le scelte degli operatori economici, vanno colti tempestivamente e non a distanza di qualche anno. Per rispondere a questa esigenza di tempestività, ovvero per inglobate negli indici gli effetti di tutti i cambiamenti economici che si verificano nel tempo, negli anni più recenti la valutazione degli aggregati a prezzi costanti è stata sostituita con la valutazione ai prezzi dell'anno precedente e con il conseguente *concatenamento* delle relative serie in volume.

La valutazione di un aggregato ai prezzi dell'anno precedente e i relativi indici delle variazioni in volume e delle variazioni dei prezzi si ottengono in modo del tutto simile a quanto già visto a proposito della valutazione a prezzi costanti.
Il valore di un aggregato relativo all'anno t, ma valutato ai **prezzi dell'anno precedente** (t-1) è dato dalla seguente espressione:

$$A_{t-1,t} = \sum_h p_{ht-1} q_{ht} .$$

Se dividiamo il precedente aggregato per il corrispondente a prezzi correnti dell'anno precedente otteniamo un **indice della variazione in volume** di tipo Laspeyres tra i due anni consecutivi:

$$\frac{\sum_h p_{ht-1} q_{ht}}{\sum_h p_{ht-1} q_{ht-1}} = Q^L_{t-1,t} .$$

Se invece rapportiamo l'aggregato del tempo *t* a prezzi correnti per l'aggregato del medesimo anno ma ai prezzi dell'anno precedente *t-1* otteniamo un **indice della variazione dei prezzi** di tipo Paasche:

$$\frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{ht-1} q_{ht}} = P^P_{t-1,t} .$$

Il prodotto dei due indici, delle variazioni in volume (Laspeyres) e delle variazioni dei prezzi (Paasche) esprime ancora la variazione del valore dell'aggregato. Inoltre, poiché entrambi gli indici soddisfano la proprietà di additività, è garantita anche la coerenza dei risultati della deflazione, nel senso che la somma delle serie espresse ai prezzi dell'anno precedente è uguale all'aggregato complessivo deflazionato con il medesimo criterio.

I confronti nel tempo non interessano però soltanto rispetto all'anno precedente, ma anche per periodi pluriennali, ad esempio per misurare la crescita economica nel corso di un quinquennio o di un decennio. Per rispondere a questa esigenza conoscitiva occorre dunque definire anche una serie temporale dell'aggregato che esprima la sua dinamica in volume in modo simile alle serie di aggregati a prezzi costanti.

Calcolati gli indici di volume a base mobile, ovvero di ogni anno rispetto al precedente, una serie atta ad esprimere tale dinamica può essere ottenuta attraverso la *concatenazione* di tali indici. Scelto un *anno di riferimento* (ad esempio il 2000), che indichiamo ancora con *0*, l'**indice concatenato delle variazioni in volume** (di Laspeyres) dell'anno corrente *t* rispetto all'anno di riferimento è dato dalla seguente espressione:

$$^{C}Q^{L}_{0,t} = Q^{L}_{0,1}\, Q^{L}_{1,2} \ldots Q^{L}_{t-1,t} = \prod_{s=1}^{t} Q^{L}_{s-1,s}\,.$$

$^{C}Q^{L}_{0,t}$ misura dunque la variazione in volume dell'aggregato considerato dall'anno di riferimento all'anno corrente, ma inglobando, a differenza del corrispondente indice a base fissa, i cambiamenti economici che si sono determinati anno dopo anno. Per determinare l'aggregato all'anno *t* confrontabile con quello dell'anno *0* di riferimento, nel senso che - come negli aggregati a prezzi costanti - il confronto sia al netto degli effetti dell'inflazione, basta dunque moltiplicare l'aggregato a prezzi correnti dell'anno di riferimento (A_0) per tale indice concatenato delle variazioni in volume:

$$^{C}A_{0,t} = A_0\, {}^{C}Q^{L}_{0,t}\,.$$

Con tale procedura si costruiscono le cosiddette *serie concatenate in volume*, derivanti dalle serie espresse ai prezzi dell'anno precedente, ed è quindi possibile fare confronti multiperiodali al netto dell'andamento dei prezzi.

Analogamente al caso degli aggregati a prezzi costanti, l'**indice concatenato dei prezzi impliciti**, deriva direttamente dal rapporto tra l'aggregato dell'anno *t* a prezzi correnti e il corrispondente aggregato concatenato in volume, ed è ancora di tipo Paasche. Si ha infatti:

$$A_t \,/\, {}^{C}A_{0,t} = {}^{C}P^{P}_{0,t}\,.$$

Ad esempio, per t = 2 si ha:

$$A_2 \,/\, {}^{C}A_{0,2} = \sum_h p_{h2}\, q_{h2} \Big/ \Big(\sum_h p_{h0}\, q_{h0} \frac{\sum_h p_{h0} q_{h1}}{\sum_h p_{h0} q_{h0}} \frac{\sum_h p_{h1} q_{h2}}{\sum_h p_{h1} q_{h1}} \Big) = \frac{\sum_h p_{h1} q_{h1}}{\sum_h p_{h0} q_{h1}} \frac{\sum_h p_{h2} q_{h2}}{\sum_h p_{h1} q_{h2}} =$$

$$= P^{P}_{0,1} \cdot P^{P}_{1,2} = {}^{C}P^{P}_{0,2}\,.$$

Alternativamente, si possono determinare direttamente gli indici dei prezzi rispetto all'anno precedente rapportando l'aggregato a prezzi correnti di ogni anno a quello corrispondente valutato ai prezzi dell'anno precedente, ad esempio per l'anno t:

$$\frac{\sum_h p_{ht} q_{ht}}{\sum_h p_{ht-1} q_{ht}} = P^{P}_{t-1,t}$$

e poi procedere al concatenamento:

$$^{C}P^{P}_{0,t} = P^{P}_{0,1}\, P^{P}_{1,2} \ldots P^{P}_{t-1,t} = \prod_{s=1}^{t} P^{P}_{s-1,s}\,.$$

Come già osservato, il limite di tale procedura sta nel fatto che le serie concatenate non soddisfano la proprietà di additività e quindi si produce una discrepanza nella quadratura dei conti, che tuttavia, se il periodo considerato non è particolarmente lungo, è in genere di entità molto modesta.

Nella tabella seguente sono riportate le serie 2000-2005 del Pil in Italia a prezzi correnti, ai prezzi dell'anno precedente e i valori concatenati in volume (anno di riferimento 2000).

Tabella 9.2. Prodotto interno lordo dell'Italia dal 2000 al 2005 (milioni di euro).

Anni	Prezzi correnti	Prezzi dell'anno precedente	Valori concatenati (anno 2000)
2000	1191057	1167462	1191057
2001	1248648	1212442	1212442
2002	1295226	1252918	1216588
2003	1335354	1295707	1217040
2004	1390539	1351426	1231689
2005	1423048	1391763	1232773

ESERCIZIO 14

A partire dai dati della precedente tabella 8.2, per il periodo 2000-2005:
a) calcolare il deflatore implicito del Pil (base 2000 = 100) e determinare la variazione dei prezzi impliciti dall'anno iniziale a quello finale del periodo;
b) calcolare l'indice dei prezzi impliciti di ogni anno rispetto al precedente e determinare la variazione complessiva dei prezzi dall'anno iniziale a quello finale concatenando gli indici ottenuti. Mostrare l'uguaglianza con il risultato ottenuto al punto precedente;
c) calcolare la variazione nominale del Pil e scomporla nel prodotto della variazione dei prezzi e della variazione in volume.

Soluzione:
a) Il deflatore implicito è dato dal rapporto tra valori a prezzi correnti e corrispondenti valori concatenati in volume (per 100):
2000: 100;
2001: (1248648/1212442) · 100 = 103.0;
2002: (1295226/1216588) · 100 = 106.5;
2003: (1335354/1217040) · 100 = 109.7;
2004: (1390539/1231689) · 100 = 112.9;
2002: (1423048/1232773) · 100 = 115.4.
La variazione dei prezzi impliciti è pertanto del 15.4%.
b) L'indice dei prezzi impliciti di ogni anno rispetto al precedente è dato dal rapporto tra il Pil a prezzi correnti e quello valutato ai prezzi dell'anno precedente, a partire dal

2001 (il 2000 è infatti valutato ai prezzi del 1999 e quindi il relativo indice dei prezzi impliciti va escluso dal calcolo):
2001: 1248648/1212442 = 1.0299;
2002: 1295226/1252918 = 1.0338;
2003: 1335354/1295707 = 1.0306;
2004: 1390539/1351426 = 1.0289;
2002: 1423048/1391763 = 1.0225.
Indice concatenato: $P_{00,05} = 1.0299 \cdot 1.0338 \cdot 1.0306 \cdot 1.0289 \cdot 1.0225 = 1.154$
La variazione dei prezzi è del 15.4%, come determinato nell'esercizio a).
c) Indice della variazione nominale del Pil: 1423048/1191057 = 1.195;
indice della variazione dei prezzi: 115.4/100.0 = 1.154;
indice della variazione in volume: 1232773/1191057 = 1.035.
Scomposizione della variazione nominale del Pil: $1.195 = 1.154 \cdot 1.035$.

9.5. La deflazione degli aggregati monetari

Gli aggregati che derivano dalla distribuzione primaria e secondaria del reddito sono flussi monetari non esprimibili come somme di prezzi per quantità e quindi non sono deflazionabili con i metodi visti nei paragrafi precedenti. Anche per essi esiste però la necessità di valutarne il **potere d'acquisto reale**, depurato cioè dell'effetto della variazione dei prezzi. Sebbene tali valutazioni non vengano ufficialmente effettuate dagli istituti nazionali di statistica, il SEC suggerisce una metodologia da applicare, che in generale consiste nel deflazionare l'aggregato a prezzi correnti dividendolo per un indice dei prezzi relativo ai beni e servizi nei quali l'aggregato viene prevalentemente speso.

Per misurare le variazioni del potere d'acquisto reale del reddito da lavoro dipendente viene così suggerito di deflazionarlo dividendolo per il deflatore implicito della spesa per consumi individuali o per l'indice dei prezzi al consumo. In particolare nel caso italiano, poiché si dispone dell'indice dei prezzi per le famiglie di operai e impiegati (FOI), quest'ultimo appare l'indice più adeguato allo scopo, unitamente al deflatore implicito prima ricordato, o uno analogo, come quello relativo alla spesa per consumi delle famiglie. Gli stessi deflatori e indici dei prezzi al consumo si applicano ovviamente a tutti gli aggregati, relativi sia al paese nel suo complesso sia ai settori istituzionali, che come il reddito da lavoro dipendente vengono prevalentemente impiegati in consumi finali, ad esempio le pensioni e in genere le prestazioni sociali.
Diverso è il caso del risparmio, che costituendo la principale fonte di finanziamento degli investimenti, deve essere deflazionato dividendolo per il deflatore relativo a tale aggregato o comunque per un indice dei prezzi dei beni di investimento.

Un aspetto diverso dai precedenti è la valutazione del reddito da lavoro dipendente, o anche da capitale, a **saggi costanti di remunerazione**. In generale, i redditi dei fattori produttivi primari possono essere visti come prodotto di unità di servizi forniti dai fattori della produzione per i saggi di remunerazione degli stessi (saggi salariali, tassi di interesse). Per questi aggregati si possono stimare i relativi flussi a saggi costanti di remunerazione, come suggerito dal SEC95.

Il **reddito da lavoro dipendente a saggi costanti di remunerazione** può essere ottenuto applicando al volume di lavoro impiegato nel processo produttivo al tempo corrente, classificato per tipo di lavoro o qualifica, i corrispondenti redditi unitari da lavoro dipendente del tempo base, come nella espressione seguente:

$$W_{0,t} = \sum_h L_{ht} w_{h0} ,$$

dove $W_{0,t}$ è il reddito da lavoro dipendente dell'anno *t* ai saggi di remunerazione dell'anno *0*, L_{ht} indica l'input di lavoro della qualifica *h* nell'anno corrente e w_{h0} il saggio unitario di remunerazione degli occupati della qualifica *h* nell'anno base.

Il seguente rapporto tra il reddito da lavoro dipendente dell'anno *t* a saggi di remunerazione dell'anno base e il reddito da lavoro dipendente (a prezzi correnti) del medesimo anno base:

$$\frac{W_{0,t}}{W_0} = \frac{\sum_h L_{ht} w_{h0}}{\sum_h L_{h0} w_{h0}}$$

è un indice di tipo Laspeyres che misura la **variazione del volume di lavoro** impiegato nel processo produttivo, tenendo conto anche delle sue variazioni di composizione qualitativa, oltre che della variazione del numero di unità di lavoro. Ad esempio, l'indice può assumere un valore maggiore di uno, e quindi indicare un aumento del volume di lavoro anche nella ipotesi che non vi sia variazione nel numero di unità di lavoro (o perfino in caso di loro diminuzione), a causa di un cambiamento della sua composizione qualitativa a vantaggio delle qualifiche, e quindi delle remunerazioni, più elevate.

Invece, il seguente rapporto tra il reddito da lavoro dipendente dell'anno *t* e quello a saggi di remunerazione costanti:

$$\frac{W_t}{W_{0,t}} = \frac{\sum_h L_{ht} w_{ht}}{\sum_h L_{ht} w_{h0}}$$

è un indice di tipo Paasche che misura la **variazione delle remunerazioni unitarie**, ferma restando la composizione dell'input di lavoro (dell'anno corrente).

In definitiva, analogamente al caso degli aggregati derivanti da operazioni su beni e servizi, i due rapporti esprimono le due componenti moltiplicative, ovvero le variazioni in volume e le variazione dei "prezzi" (remunerazioni unitarie), nelle quali è possibile scomporre la variazione nominale del reddito da lavoro dipendente. Infatti:

$$\frac{W_{0,t}}{W_0} \frac{W_t}{W_{0,t}} = \frac{W_t}{W_0} .$$

Problemi molto più complessi, anche dal punto di vista teorico, si pongono per la stima dei redditi da capitale a saggi costanti di remunerazione, tanto che la questione non è neppure affrontata dal SEC.

ESERCIZIO 15

Con riferimento all'Italia e al periodo 2000-2005, nella tabella seguente sono riportati i redditi interni da lavoro dipendente, le unità di lavoro dipendenti e la spesa per consumi delle famiglie a prezzi correnti e relativi valori concatenati.

Anni	Redditi interni da lavoro dipendente	Unità di lavoro dipendenti	Spesa per consumi	
			prezzi correnti	valori concatenati (anno 2000)
2000	467393	16279.2	709930	709830
2001	493295	16653.8	733562	714701
2002	516010	16958.3	755855	715871
2003	536230	16992.3	784333	722865
2004	555481	17042.9	810143	727751
2005	581122	17298.5	834264	732064

Calcolare la corrispondente serie dei redditi unitari da lavoro dipendente in termini reali e calcolarne la variazione percentuale dall'anno iniziale a quello finale del periodo considerato.

Soluzione:
Calcoliamo prima la serie dei redditi unitari da lavoro dipendente (a prezzi correnti), data dal rapporto tra redditi da lavoro e numero di ULA dipendenti, e poi i deflatori della spesa per consumi delle famiglie, dati dal rapporto tra valori a prezzi correnti e valori concatenati. Infine, i redditi unitari in termini reali sono ottenuti dividendo la prima serie per i deflatori della spesa per consumi. I risultati sono riportati nella tabella seguente:

Anni	Redditi unitari lavoro dipendente (euro correnti) (1)	Deflatore spesa per consumi (2000 = 100) (2)	Redditi unitari in termini reali (3) = (1) : (2)
2000	28711	100.0	28711
2001	29621	102.6	28870
2002	30428	105.6	28814
2003	31557	108.5	29085
2004	32593	111.3	29284
2005	33594	114.0	29468

La variazione percentuale dei redditi unitari da lavoro dipendente in termini reali dal 2000 al 2005 è stata pari a:
(29468/28711 –1) · 100 = 2.6 %.

9.6. I confronti pluriennali e la misura delle variazioni

Le serie concatenate in volume (o a prezzi costanti) degli aggregati relativi al conto delle risorse e degli impieghi, in particolare del prodotto interno lordo, sono alla base dell'analisi della crescita economica. Indicato con X_t un qualsiasi aggregato o indicatore relativo all'anno *t* – ad esempio, il Pil (in volume o a prezzi costanti) o il Pil per abitante – l'intensità della crescita può essere misurata calcolando diversi tassi di variazione, sia annuali che riferiti a periodi pluriennali.
Il **tasso di variazione annuale** (da un anno al successivo) si ottiene nel modo seguente (eventualmente moltiplicato per 100 per esprimerlo in termini percentuali):

$$g_{t-1,t} = \frac{X_t}{X_{t-1}} - 1.$$

E' facile verificare che, calcolato su dati concatenati in volume, tale tasso di variazione annuale corrisponde all'indice di Laspeyres (meno 1) della variazione in volume dall'anno *t-1* all'anno *t*.

Se la misura della crescita che si intende calcolare è invece riferita ad un periodo pluriennale, si possono calcolare due tassi di variazione diversi: il tasso *cumulato* e il tasso *medio annuo*. Il **tasso cumulato** è quello che si è avuto dall'anno iniziale (*0*) a quello finale (*t*) del periodo analizzato, considerando cioè il *cumulo* delle variazioni annuali che si sono avute nel periodo:

$$g_{0,t} = \frac{X_t}{X_0} - 1.$$

La crescita cumulata del periodo è però in generale avvenuta a tassi annui variabili, alcuni maggiori della media, altri minori. Indicati tali tassi di variazione con $g_{0,1}$, $g_{1,2}, \ldots$, $g_{t-1,t}$, il passaggio dal valore iniziale X_0 a quello finale X_t può essere espresso nel modo seguente:

$$X_0\,(1+ g_{0,1})\;(1+ g_{1,2})\;\ldots\;(1+ g_{t-1,t}) = X_t\,.$$

Calcolare il **tasso di variazione medio annuo** vuol dire allora ricercare quel tasso di variazione annuo che se fosse rimasto costante nel periodo avrebbe prodotto la medesima crescita cumulata, ovvero avrebbe condotto ugualmente l'aggregato da X_0 a X_t. In altri termini, il tasso di variazione medio annuo è il tasso composto $\overline{g}_{0,t}$ che soddisfa la seguente equazione:

$X_0\ (1+\bar{g}_{0,t})^t = X_t$,

da cui

$\bar{g}_{0,t} = (\frac{X_t}{X_0})^{1/t}$ -1.

ESERCIZIO 16

a) Utilizzando i dati riportati nella precedente tabella 8.2, calcolare il tasso di crescita medio annuo dell'economia italiana nel periodo 2000-2005.
b) Utilizzando invece i dati dell'Esercizio 15:
b1) calcolare il tasso di variazione medio annuo dei redditi unitari da lavoro dipendente;
b2) sulla base del deflatore implicito, calcolare il tasso di variazione medio annuo dei prezzi al consumo.
c) Utilizzando l'indice FOI riportato nella tabella 7.2, calcolare la variazione percentuale media annua dei prezzi al consumo delle famiglie di operai e impiegati dal 2000 al 2006 e confrontarla con quella del periodo 1995-2000.

Soluzione:
a) Il tasso di crescita va calcolato sui valori concatenati del Pil nel periodo considerato. Quindi:
$\bar{g} = (1232773/1191057)^{1/5} - 1 = 0.007$ (0.7%).

b1) Calcolata la serie dei redditi unitari da lavoro dipendente (vedi Esercizio 15), il loro tasso di crescita medio annuo è:
$\bar{g} = (29468/28711)^{1/5} - 1 = 0.005$ (0.5%).

b2) Il delatore implicito del 2005 (base 2000 = 100) è 114.0. Pertanto il suo tasso di variazione medio annuo è:
$\bar{g} = (114/100)^{1/5} - 1 = 0.027$ (2.7%).

c) Dalla tabella 7.2 si ha che l'indice dei prezzi FOI (base 1995 = 100) vale 112.1 nel 2000 e 127.8 nel 2006. Pertanto la sua variazione percentuale media annua dal 2000 al 2006 è:
$\bar{g} = [(127.8/112.1)^{1/6} - 1] \cdot 100 = 2.2\%$;

mentre quella dal 1995 al 2000 è:
$\bar{g} = [(112.1/100)^{1/5} - 1] \cdot 100 = 2.3\%$.

10. Il confronto degli aggregati nello spazio

I confronti nello spazio, ad esempio per analizzare i divari di sviluppo o di produttività o di livelli di benessere tra paesi, vanno fatti eliminando dagli aggregati l'effetto dei diversi *livelli dei prezzi* interni, ovvero esprimendo gli aggregati a parità di potere di acquisto. Tale operazione è resa necessaria non soltanto per confrontare aggregati di paesi che adottano diverse valute, ma anche per i confronti tra paesi che adottano la stessa valuta, poiché anch'essi sono caratterizzati da divari, spesso rilevanti, nei livelli dei prezzi interni, e perfino per i confronti tra regioni o città all'interno di uno stesso paese, sebbene le informazioni statistiche disponibili non consentano ancora di affrontare il problema anche a questo livello delle analisi.
Nel seguito si farà riferimento al caso più generale di confronti tra paesi con diverse valute.

10.1. Gli aggregati a parità di potere d'acquisto

Le valutazioni a parità di potere d'acquisto, così come quelle a prezzi costanti o dell'anno precedente, riguardano gli aggregati derivanti da operazioni su beni e servizi, che sono esprimibili come somma di prezzi per quantità. Il problema si pone in modo diverso a seconda che si tratti di confronti bilaterali (tra due soli paesi) o di confronti multilaterali (tra più di due paesi).

10.1.1. Confronti bilaterali

Consideriamo un prodotto *h* il cui prezzo in due paesi *a* e *b* nelle rispettive valute nazionali (se diverse) è, rispettivamente, p_{ha} e p_{hb} . Ad esempio, supponiamo che il prezzo di un certo tipo di carne sia pari in USA a 20 $ al K_g e in Italia a 15 euro al K_g. Definiamo la **parità economica elementare** relativa al bene considerato come il rapporto tra i due prezzi nelle rispettive valute:

parità economica elementare per il bene $h = \frac{p_{hb}}{p_{ha}}$.

La parità economica elementare è la misura della parità di potere di acquisto per il bene *h* considerato: indica il numero di unità della valuta di *b* necessarie in quel paese per acquistare la stessa quantità del bene *h* che una unità di valuta di *a* acquisterebbe nel paese *a*. E' dunque il *tasso di conversione*, analogo al tasso di cambio, tra le due monete che garantisce lo stesso potere di acquisto in termini del prodotto considerato. Nell'esempio precedente, scelto gli USA come paese base (*a*), la parità economica elementare tra euro e dollaro con riferimento a quel tipo di carne è 0.75, e ciò significa che, con riferimento all'acquisto di quella carne, un dollaro equivale a 0.75 euro.

Ovviamente, se il confronto riguarda due paesi che adottano la stessa valuta, ad esempio Francia e Italia, la parità economica elementare coincide con l'indice semplice dei prezzi nel caso di dati spaziali, assumendo il paese *a* come base. Ad esempio, se il paese scelto come base fosse la Francia e se ora l'indice della parità economica elementare risultasse pari a 0.90 vorrebbe dire semplicemente che il prezzo di quel tipo di carne in Italia è del 10% minore che in Francia.

A questo punto occorre però passare dal caso semplice di un unico bene a quello di un *paniere* di beni rappresentativo di un intero aggregato, ad esempio i consumi delle famiglie, e quindi dall'indice semplice della parità economica elementare ad un indice sintetico (complesso) della parità di potere d'acquisto valido per l'intero aggregato. In generale, la sintesi di indici semplici può essere fatta con uno degli indici complessi già noti (Laspeyres, Paasche o Fisher). Ad esempio, definito un paniere di beni e servizi comune ai due paesi e scelto *a* come paese base, fare la sintesi con l'indice dei prezzi di Laspeyres (per i confronti spaziali) vuol dire calcolare l'indice seguente:

$$P^{L}_{a,b} = \sum_h \frac{p_{hb}}{p_{ha}} \frac{p_{ha} q_{ha}}{\sum_h p_{ha} q_{ha}} = \frac{\sum_h p_{hb} q_{ha}}{\sum_h p_{ha} q_{ha}} .$$

Mentre la sintesi con l'indice di Paasche conduce all'indice seguente:

$$P^{P}_{a,b} = \sum_h \frac{p_{hb}}{p_{ha}} \frac{p_{ha} q_{hb}}{\sum_h p_{ha} q_{hb}} = \frac{\sum_h p_{hb} q_{hb}}{\sum_h p_{ha} q_{hb}} .$$

Tuttavia, come è già noto, né l'indice di Laspeyres, né quello di Paasche soddisfano la proprietà di reversibilità delle basi. Si ha infatti:

$$P^{L}_{b,a} \neq \frac{1}{P^{L}_{a,b}} \text{ e } P^{P}_{b,a} \neq \frac{1}{P^{P}_{a,b}} ,$$

e pertanto il confronto tra i livelli dei prezzi dei due paesi, ove fatto con tali indici, non sarebbe univoco, ma dipenderebbe dal paese scelto come base.

Come sappiamo, l'indice complesso che soddisfa la proprietà di reversibilità delle basi, ed è quindi da preferire nei confronti binari a parità di potere d'acquisto, è l'indice di Fisher, dato dalla media geometrica degli indici di Laspeyres e Paasche. Si ha infatti:

$$P^{F}_{b,a} = (P^{L}_{b,a}\, P^{P}_{b,a})^{1/2} = \frac{1}{P^{F}_{a,b}} .$$

La parità di potere di acquisto calcolata con tale indice è dunque univoca, nel senso che calcolata per un paese *b* rispetto ad un altro *a* è esattamente il reciproco di quella calcolata per il secondo rispetto al primo.

Indicato con $PPA_{a,b} = P^F_{a,b}$ tale indice delle parità di potere d'acquisto, la conversione dell'aggregato relativo al paese *b*, espresso nella sua valuta, in un nuovo aggregato espresso a parità di potere di acquisto, si ottiene dividendo l'aggregato originario per l'indice $PPA_{a,b}$, come nello schema seguente:

Paese	Aggregato (nelle singole valute)	Indice PPA	Aggregato (in PPA)
a	X_a	$PPA_{a,a} = 1$	X_a
b	X_b	$PPA_{a,b}$	$\dfrac{X_b}{PPA_{ab}}$

ESERCIZIO 17

Nella tabella seguente sono riportati i prezzi di tre prodotti in Italia e in Usa, espressi nelle valute dei singoli paesi, e le relative quantità consumate:

	Italia		USA	
Prodotti	Prezzi (euro)	Quantità	Prezzi (dollari)	Quantità
1	12	40	10	120
2	30	20	26	100
3	16	10	12	40

a) Calcolare un indice della parità di potere d'acquisto scegliendo come paese base gli USA;
b) trasformare i due aggregati espressi nelle rispettive unità monetarie nei corrispondenti aggregati a parità di potere d'acquisto.

Soluzione:
a) Calcoliamo gli indici dei prezzi di Laspeyres e Paasche per l'Italia rispetto agli USA. Gli elementi per il calcolo sono riportati nella tabella seguente:

Prodotti	$p_{hb}q_{hb}$	$p_{ha}q_{ha}$	$p_{hb}q_{ha}$	$p_{ha}q_{hb}$
1	480	1200	1440	400

2	600	2600	3000	520
3	160	480	640	120
Totale	1240	4280	5080	1040

Si ha pertanto:
$P^{L}_{a,b} = 5080/4280 = 1.187$;
$P^{P}_{a,b} = 1240/1040 = 1.192$.
L'indice delle parità di potere d'acquisto è quindi:
$PPA_{a,b} = P^{F}_{a,b} = (1.187 \cdot 1.192)^{1/2} = 1.190$.
b) Gli aggregati relativi ai due paesi nelle rispettive unità monetarie sono:
per gli USA: $\sum_h p_{ha}\, q_{ha} = 4280$;
per l'Italia: $\sum_h p_{hb}\, q_{hb} = 1240$.
Poiché gli USA sono il paese scelto come base, per esprimere i due aggregati a parità di potere d'acquisto basta dividere l'aggregato relativo all'Italia per il suo indice delle PPA, come nella tabella seguente:

Paesi	Aggregato nella valuta del paese	Indice PPA	Aggregato in PPA
	(1)	(2)	(3) = (1) : (2)
a	4280	1	4280
b	1240	1.190	1042

10.1.2. Confronti multilaterali

Nei confronti multilaterali la necessaria indipendenza dei risultati dalla scelta del paese-base richiede che l'indice delle PPA soddisfi anche la proprietà di transitività delle basi. La proprietà di transitività, illustrata nel Capitolo 7, adattata al caso di dati spaziali e indicando con *a*, *r* e *s* tre generici paesi, può essere espressa nel modo seguente:

$$I_{a,r}\, I_{r,s} = I_{a,s}$$

da cui

$$I_{r,s} = \frac{I_{a,s}}{I_{a,r}} .$$

Per il paese *s*, il passaggio da una base (*a*) ad un'altra (*r*) avviene dividendo il proprio indice della vecchia base *a* ($I_{a,s}$) per $I_{a,r}$. In generale, come già accennato nel Capitolo 7, considerando l'insieme dei paesi, il passaggio da una base (*a*) all'altra (*r*) avviene dividendo gli indici della prima base per una medesima costante ($I_{a,r}$). Il che ovviamente lascia immutati i rapporti tra gli indici dei diversi paesi, che è esattamente ciò che serve perché la scelta del paese base possa considerarsi indifferente ai fini del confronto multilaterale. Sappiamo però che neppure l'indice di Fisher soddisfa tale proprietà e di conseguenza, per poter effettuare i confronti multilaterali a parità di potere di acquisto in modo indipendente dalla scelta del paese base, occorre procedere con altri metodi.

Il SEC95 suggerisce di utilizzare l'indice EKS (di Eltero, Koves, Szulc), che è costruito con una procedura simile a quella degli indici a catena per i confronti temporali. La procedura si basa su una matrice di indici dei prezzi di Fisher relativi a tutti i possibili confronti binari tra *m* paesi del tipo seguente:

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
 & 1 & \dots & r & \dots & s & \dots & m \\
\hline
1 & P^F_{11} & \dots & P^F_{1r} & \dots & P^F_{1s} & \dots & P^F_{1m} \\
. & \dots & & & & & & \dots \\
r & P^F_{r1} & \dots & P^F_{rr} & \dots & P^F_{rs} & \dots & P^F_{rm} \\
. & \dots & & & & & & \dots \\
s & P^F_{s1} & \dots & P^F_{sr} & \dots & P^F_{ss} & \dots & P^F_{sm} \\
. & \dots & & & & & & \dots \\
m & P^F_{m1} & \dots & P^F_{mr} & \dots & P^F_{ms} & \dots & P^F_{mm}
\end{array}
$$

L'indice EKS_{rs} è dato dalla media geometrica degli indici binari di Fisher che collegano direttamente o indirettamente i generici paesi *r* e *s*, ovvero è dato dalla radice *m*.ma del prodotto degli elementi della riga *r* e della colonna *s*:

$$EKS_{rs} = \left(\prod_{j=1}^{m} P^F_{rj}\, P^F_{js}\right)^{1/m} .$$

L'indice EKS gode della proprietà di transitività delle basi, poiché vale la relazione:

$$EKS_{rs}\, EKS_{st} = EKS_{rt} .$$

Infatti:

$$\left(\prod_{j=1}^{m} P^F_{rj}\, P^F_{js}\right)^{1/m} \left(\prod_{j=1}^{m} P^F_{sj}\, P^F_{jt}\right)^{1/m} =$$

$$= \left(\prod_{j=1}^{m} P^F_{rj}\, P^F_{js}\, (1/P^F_{js}) P^F_{jt}\right)^{1/m} = \left(\prod_{j=1}^{m} P^F_{rj}\, P^F_{jt}\right)^{1/m} = EKS_{rt} .$$

Come gli indici a catena utilizzati nei confronti temporali, anche l'indice EKS non rispetta la condizione di additività e pertanto il SEC suggerisce di limitarne l'applicazione ai confronti spaziali riguardanti aggregati singoli.

Altri metodi utilizzabili per i confronti multilaterali invece prescindono dai confronti binari e soddisfano contemporaneamente il requisito della transitività e della additività. Tra questi, il più utilizzato è il **metodo di Geary-Khamis** (GK), suggerito dal SEC per esprimere a parità di potere d'acquisto gli aggregati somma di componenti.
Con tale metodo le parità di potere di acquisto vengono calcolate su un paniere di *n* beni comuni a tutti i paesi e il confronto viene fatto tra il livello dei prezzi di un paese, nella sua unità monetaria, e quello medio dell'insieme dei *m* paesi considerati, in una unità monetaria comune.

Indichiamo con:
p_{hj} e q_{hj} ($h=1, \ldots, n; j=1, \ldots, m$) rispettivamente i prezzi (nella valuta del paese) e le quantità scambiate del generico bene *h* nel paese *j*;
PPA_j : il fattore di conversione dalla valuta del paese *j* all'unità monetaria comune (parità di potere di acquisto).
Definiamo, inoltre:
il prezzo del bene *h* nel paese *j* espresso in unità monetaria comune:

$$\frac{p_{hj}}{PPA_j};$$

il prezzo medio, ponderato con le rispettive quantità, del bene *h* in unità monetaria comune nell'insieme degli *m* paesi:

$$\pi_h = \frac{\sum_j \frac{p_{hj}}{PPA_j} q_{hj}}{\sum_j q_{hj}}, \quad (h=1, \ldots, n).$$

L'indice della parità di potere d'acquisto è definito come rapporto tra l'aggregato effettivo del paese *j*, ai prezzi e nella valuta del paese, diviso l'aggregato fittizio ottenuto applicando alle quantità del paese *j* i prezzi medi negli *m* paesi in moneta comune:

$$PPA_j = \frac{\sum_h p_{hj} q_{hj}}{\sum_h \pi_h q_{hj}} \quad (j=1, \ldots, m).$$

Si tratta dunque di un indice di tipo Paasche, ma con riferimento ai prezzi medi in moneta comune e non a quelli di un paese scelto come base, il che elimina all'origine il problema della transitività delle basi.

Le due relazioni precedenti definiscono un sistema omogeneo di *n+m* equazioni lineari in *n+m* incognite, che va risolto in modo iterativo: si fissano valori arbitrari per PPA_j (ad esempio tutti pari ad 1) e si calcolano gli *n* valori di π_h, che si sostituiscono nel secondo insieme di equazioni, determinando *m* valori di PPA_j, che si sostituiscono nelle prime *n* equazioni, e così via fino al raggiungimento della convergenza.

Le soluzioni del sistema così ottenute non sono tuttavia indipendenti dai valori iniziali adottati nel processo di iterazione; differiscono però per uno scalare, talché sono indipendenti dai valori iniziali i rapporti tra gli indici PPA di diversi paesi. Scelto un paese di riferimento *r*, l'indice delle parità di potere di acquisto proposto da Geary e Khamis per il generico paese *j* è pertanto:

$$GK_{rj} = \frac{PPA_j}{PPA_r}.$$

Determinati gli indici delle parità di potere d'acquisto con uno dei due metodi precedenti, indichiamo genericamente con PPA_{rj} (invece che con gli acronimi EKS e GK) quello del paese *j* rispetto al paese di riferimento *r*. Gli aggregati degli *m* paesi a parità di potere d'acquisto si ottengono dividendo gli aggregati originari espressi nelle valute dei rispettivi paesi per i corrispondenti indici PPA_{rj}, come nello schema seguente:

Paese	Aggregato (nelle singole valute)	Indice PPA	Aggregato (PPA)
1	X_1	$PPA_{r,1}$	$\frac{X_1}{PPA_{r1}}$
.	…	…	…
j	X_j	$PPA_{r,j}$	$\frac{X_j}{PPA_{rj}}$
.	…	…	…
r	X_r	$PPA_{r,r}=1$	X_r
.	…	…	…
m	X_m	$PPA_{r,m}$	$\frac{X_m}{PPA_{rm}}$

ESERCIZIO 18

Nella tabella seguente, per i principali paesi europei e per gli USA sono riportati il Pil (nella valuta dei singoli paesi), la popolazione residente e l'indice delle PPA:

Paesi	Pil in valuta nazionale (miliardi)	Popolazione (milioni)	Indice PPA
Italia	1417.2	58.5	1.004
Francia	1659.0	60.6	1.075
Germania	2207.0	82.5	1.043

Regno Unito	1225.3	60.0	0.747
Spagna	905.5	43.0	0.913
USA	12455.8	296.0	1.203

Per ognuno di tali paesi calcolare il Pil per abitante a parità di potere d'acquisto.

Soluzione:
Calcolati i rapporti tra Pil e popolazione residente, il Pil per abitante a parità di potere d'acquisto si ottiene semplicemente dividendo il risultato per il corrispondente indice delle PPA, come nella tabella seguente:

Paesi	Pil per abitante (migliaia)	Indice PPA	Pil per abitante in PPA
Italia	24.2	1.004	24.1
Francia	27.4	1.075	25.5
Germania	26.8	1.043	25.7
Regno Unito	20.4	0.747	27.3
Spagna	21.0	0.913	23.0
USA	42.1	1.203	35.0