SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Dipartimento di Scienze Statistiche

Stefano Fachin

Appunti di Statistica Economica

A.A. 2021-2022

Indice

Capitolo 1

La Contabilità Nazionale

1.1 Introduzione

Il funzionamento di un sistema economico in un dato intervallo di tempo è riassunto da una serie di aggregati: produzione realizzata, redditi percepiti dai lavoratori, uso di risorse per soddisfare i bisogni della popolazione, eccetera.

Ora, è evidente che tutti questi aggregati sono *necessariamente* collegati da un insieme di identità contabili: ad esempio, i redditi dei lavoratori sono pari alla somma dei loro consumi e del loro risparmio. Questo insieme di relazioni prende il nome di "Contabilità Nazionale", in quanto sono appunto i conti di una nazione, ed ha una lunga storia, iniziata nel XVI secolo con le stime del reddito nazionale inglese da parte di William Petty. Il suo successivo sviluppo è stato tuttavia più lento di quello della teoria economica, probabilmente a causa del fatto che questa nel corso del XIX secolo si è concentrata essenzialmente sugli aspetti individuali dei processi economici, la microeconomia. L'impulso decisivo venne infatti solo nel XX secolo, prima dalla nascita della macroeconomia keynesiana negli anni '30, e poi, analogamente a molte altre innovazioni tecniche, dalle necessità create dalla seconda guerra mondiale, quando R. Stone e J. Meade[1] svilupparono un sistema di conti per la pianificazione del razionamento nel Regno Unito.

A partire dagli anni '50 del secolo scorso i conti nazionali di tutte le economie occidentali hanno seguito uno schema standard ONU detto SNA (System of National Accounts), mentre i paesi comunisti (URSS, Cina e loro satelliti) seguivano un diverso schema, detto del "Prodotto Materiale Netto"[2]. La Cina ha adottato lo SNA già dalla metà degli anni '80, mentre negli altri paesi il passaggio è avvenuto gradualmente negli anni seguenti la dissoluzione dell'URSS, alla fine dello stesso decennio. La versione attuale dello standard è lo SNA 2008 (European Commission, IMF, OECD, UN and World Bank, 2009), adattato per le economie UE da Eurostat tramite lo standard ESA (European System of Accounts)/SEC (Sistema Europeo del Conti) 2010 (Eurostat - European Commission, 2013).

[1] Ambedue premi Nobel, Meade per i contributi alla teoria del commercio internazionale e dei movimenti internazionali di capitali e Stone proprio per quelli allo sviluppo di un sistema moderno di Contabilità Nazionale.

[2] In questo schema, di ispirazione marxista, solo la realizzazione di oggetti materiali ed i servizi ad essa funzionali sono considerate attività produttive. Gli altri servizi, come quelli finanziari, la sanità e l'istruzione sono esclusi dalla produzione.

L'architettura dei conti è sorprendentemente semplice, sei soli conti riescono a riassumere tutti i legami contabili tra i flussi che si realizzano a partire dalla produzione fino all'accumulazione di ricchezza materiale, ed ha una struttura sostanzialmente ricorsiva. Infatti, ogni conto descrive il modo in cui vengono utilizzate le risorse rese disponibili dai processi descritti nel precedente. Introdurremo questa struttura iniziando da un esempio stilizzato all'estremo, una economia primitiva di raccolta e baratto priva di moneta, per poi considerare casi progressivamente più realistici, fino ai conti effettivamente compilati.

1.2 I conti di una economia di raccolta e baratto

Prendiamo il caso di un individuo (chiamiamolo Adamo) che viva in condizioni primitive, da solo, su di un'isola altrimenti deserta, e che sopravviva nutrendosi delle banane raccolte giorno per giorno. In questo mondo la *produzione di beni* (la raccolta delle banane), che avviene per mezzo del solo lavoro, può essere interamente utilizzata da Adamo per nutrirsi, cioè come *consumo finale*.

In un dato giorno, ad esempio:

giorno 1

- produzione =10 banane (b)
- consumo finale=produzione=10b

Supponiamo ora che Adamo addestri una scimmietta, molto più agile di lui, a raccogliere le banane, concedendole la metà del raccolto. Il raccolto a questo punto è di 20 banane, di cui 10 vengono date alla scimmietta. Adesso ovviamente il nostro amico non può mangiare più tutto il raccolto, ma solo la parte che resta dopo avere nutrito la scimmietta. Questa parte prende il nome di *consumi intermedi*, in quanto si tratta di beni distrutti ("consumati") all'interno (da cui "intermedi") il processo di produzione. Il risultato netto ottenuto da Adamo (le 10 banane) prende il nome di *valore aggiunto,* per ragioni che verranno chiarite più avanti.

Riassumendo:

giorno 2

- produzione=20b
- consumi intermedi=10b
- valore aggiunto= produzione-consumi intermedi=20b-10b=10b
- consumo finale=valore aggiunto=10b

Adesso immaginiamo che sull'isola sbarchi una naufraga (chiamiamola Eva). Adamo ha una brillante idea: poiché per lui 10 banane sono anche troppe, ma trova fastidioso sbucciarle, può offrirne la metà ad Eva in cambio di un *servizio*: la sbucciatura delle banane. Si tratta effettivamente di un esempio piuttosto bizzarro, ma è utile per mantenere la massima semplicità: volendo, non è difficile pensare ad esempi più realistici con uno dei molti alimenti non utilizzabili direttamente come raccolti, ma che devono essere lavorati o cotti.

A questo punto il quadro è considerevolmente più complicato. Abbiamo due tipi di attività, l'agricoltura (raccolta delle banane) ed i servizi (sbucciatura). In effetti abbiamo cambiato completamente mondo, perché non abbiamo più un unico bene, la banana, ma abbiamo un bene fisico, la "banana", ed un servizio, la " sbucciatura di banane". Non possiamo perciò più ragionare in termini di quantità, cosa possibile nel caso di un unico bene; dobbiamo passare a ragionare in termini di *valore*. In una economia primitiva ovviamente non esiste moneta, e quindi utilizziamo come unità di conto la "banana", ma dovremo stare attenti a non confondere questa unità di conto con l'oggetto fisico.

Per fortuna per quanto riguarda l'agricoltura la situazione della fase della produzione non è in realtà cambiata. Quindi,

giorno 3: conto della produzione agricola

- produzione =20b
- consumi intermedi =10b
- valore aggiunto = produzione-consumi intermedi=20b -10b=10b

Le banane rese disponibili ad Adamo dall'attività di raccolta sono sempre 10. La differenza è che non vengono tutte mangiate; in altre parole, il consumo di banane da parte di Adamo non è uguale al valore aggiunto, in quanto metà di questo viene utilizzato per acquistare un servizio. L'attività di produzione dei servizi può essere riassunta così:

giorno 3: conto della produzione di servizi

- produzione=5b (è il prezzo pagato da Adamo in banane per il servizio di sbucciatura)
- consumi intermedi=0b (Eva utilizza solamente il proprio lavoro, nessun bene viene consumato per produrre il servizio)
- valore aggiunto= produzione-consumi intermedi=5b -0b =5b

I conti dell'isola li otteniamo sommando produzione, consumi intermedi e valore aggiunto delle due branche (agricoltura e servizi). Per il momento trascuriamo i consumi.

giorno 3: conto della produzione dell'intera isola

- produzione =20b+5b=25b
- consumi intermedi =10b+0b=10b

- valore aggiunto = produzione-consumi intermedi=25b -10 b=15b [che torna con la somma dei valori aggiunti delle due branche: 10b+5b=15b]

Questi conti appaiono paradossali: se le banane raccolte sono 20 come possiamo calcolare una produzione di 25b? E se 10 delle 20 banane raccolte sono state date alla scimmietta che senso ha dire che il valore aggiunto, cioè quanto avanza per il consumo di Adamo ed Eva, è di 15 banane?

La risposta è in realtà molto semplice: *dal momento in cui è apparsa una attività di servizio l'utilità creata nella nostra economia non dipende solamente dai prodotti materiali resi disponibili (le banane) ma anche dal volume di servizi prestati (la loro sbucciatura).*

A questo punto è necessario aprire una parentesi, perchè l'utilità creata dai servizi può non essere evidente come quella creata dalla produzione fisica[3]. Innanzitutto passiamo ad un caso appena più realistico, immaginando un'economia basata sulla raccolta di semi di cereali. Supponiamo inoltre che in due periodi successivi la raccolta di semi sia costante in quantità, e che nel primo periodo i semi siano consumati crudi. Nel secondo appare una grande innovazione: un gruppo di invidui (chiamiamoli «cuochi») scopre come cuocere i semi, e lo fa a beneficio generale vendendo questa attività di servizio. Il peso di semi raccolti è costante, quindi *secondo questa metrica* anche la produzione ed il consumo lo sono. Tuttavia, poiché i cereali cotti sono più digeribili, e quindi nutrienti, di quelli crudi l'*utilità* ottenuta dal raccolto è maggiore nel secondo periodo, con la crescita dovuta proprio allo sviluppo dell'attività di servizio realizzata dal gruppo dei «cuochi». Generalizzando, possiamo immaginare un'economia in cui esistono una varietà di servizi, ognuno ideato e prodotto da un gruppo di individui che ne ha la capacità esclusiva. E' chiaro che più si sviluppano capacità di questo tipo, ovvero *aumenta la produzione di servizi*, più cresce l'utilità goduta dalla popolazione *anche se la produzione fisica rimane costante.* Rimuovendo l'ipotesi semplificatrice dell'esistenza di «capacità esclusive», in generale in un'economia avanzata si svilupperà una crescente specializzazione delle competenze che rende globalmente conveniente ai vari gruppi scambiarsi servizi sul mercato. Se il cuoco è bravo a cucinare ed il commercialista a tenere la contabilità, conviene ad ambedue dedicarsi a ciò che sanno fare meglio scambiandosi sul mercato i rispettivi servizi. Invertendo l'ordine logico, possiamo dire che *l'esistenza di un mercato per uno specifico servizio è la prova che esso aumenta l'utilità della popolazione in questione.*

Torniamo alla nostra economia basata sulle banane, e calcoliamo i consumi finali. A prima vista sembrerebbero dati da 5 banane per uno per Adamo ed Eva, in totale 10 banane. Tuttavia, in effetti Adamo consuma 5 "banane sbucciate", non 5 "banane", e la cosa è radicalmente diversa (per convincersene basta provare a mangiare una banana con la buccia). Adamo stesso ha valutato che la caratteristica di essere sbucciata aggiunge valore pari a 1 banana, il prezzo che è disposto a pagare. Quindi, il quadro dei consumi è il seguente:

[3] In effetti l'esempio non aiuta molto: in fin dei conti quel perdigiorno di Adamo potrebbe anche sbucciarsi le banane da solo.

- Consumo di Adamo: 5 banane grezze + 5 operazioni di sbucciatura al prezzo di 1 b ciascuna =10b
- Consumo di Eva: 5b
- Consumo totale: 10b+5b = 15b

Possiamo ora riassumere la situazione riscrivendo il conto della produzione ed il conto dei consumi, che ribattezziamo in termini più generali "conto dell'utilizzazione del valore aggiunto", per l'intera popolazione dell'isola.

conto della produzione

Produzione - Consumi Intermedi = Valore Aggiunto
25b - 10b=15b

conto dell'utilizzazione del valore aggiunto

Valore Aggiunto = Consumo finale
15b=15b

Nel giorno seguente (giorno 4) Adamo ed Eva decidono di accantonare una banana ciascuno per il giorno dopo. Chiamiamo *risparmio* questa differenza tra ciò che può essere consumato ed il consumo effettivamente realizzato. A questo punto l'uguaglianza tra Valore Aggiunto e Consumo viene quindi sostituita da una tra Valore Aggiunto e la somma di consumi e risparmio:

conto dell'utilizzazione del valore aggiunto

Valore Aggiunto = Consumo finale+Risparmio
15b=13b+2b

Prima di passare ai conti dell'isoletta dopo qualche generazione, quando le cose si saranno complicate abbastanza da richiedere l'uso della moneta, ci soffermiamo su alcune annotazioni.

1. E' veramente così pacifico che la produzione debba comprendere anche i servizi? Gli argomenti invocati sopra sembrano rendere la risposta scontata: sì, perché lo scopo della misura della produzione è valutare l'utilità creata nell'economia, e l'erogazione di servizi ne crea. Tuttavia, come accennato sopra, per molto tempo tutti i paesi comunisti hanno utilizzato uno schema di contabilità nazionale (del Prodotto Materiale Netto, PMN) che escludeva dalla produzione i servizi finanziari, la sanità e l'istruzione. Quindi ad esempio se Adamo avesse remunerato Eva per farsi insegnare a sbucciare le banane (servizi di istruzione), oppure per farsi curare a seguito di una malattia (servizi sanitari), il PMN non ne avrebbe tenuto conto: la produzione sarebbe stata calcolata come pari alle banane raccolte.

2. Cosa succederebbe se nel quinto ed ultimo giorno della nostra storia Adamo ed Eva decidessero di piacersi[4] e si sposassero? A prima vista, verrebbe da dire che non cambierebbe niente. In effetti questo è ovviamente vero nella realtà, ma nella rappresentazione dell'economia dell'isola tracciata dalla Contabilità Nazionale non lo è, e succederebbe invece una cosa paradossale. Poiché la Contabilità Nazionale esclude dalla produzione i servizi scambiati tra membri di una stessa famiglia, il servizio di sbucciatura non sarebbe più classificato come produzione. Quindi, produzione, valore aggiunto e consumi finali tornerebbero indietro esattamente ai valori del giorno 2. La ragione di questa restrizione, e quindi di questo paradosso, è del tutto pratica: poiché sarebbe irrealistico pensare di riuscire a stimare accuratamente i flussi di servizi scambiati tra famigliari è considerato molto più saggio escluderli dal conto. Questo punto, che potrebbe apparire solamente una divertente curiosità, è in realtà molto importante sia in teoria che in pratica. In teoria, perché mette bene in luce come la Contabilità Nazionale sia un insieme di conti che lega flussi *stimati in base a definizioni ed assunzioni*, in parte inevitabilmente arbitrarie. In pratica, perchè la crescita della partecipazione femminile al mercato del lavoro si accompagna di pari passo alla crescita della quota di servizi domestici acquistati sul mercato (compresi nella produzione) invece che prodotti all'interno della famiglia (non compresi), e di questo sarebbe necessario tenere conto nelle analisi dello sviluppo economico.

3. Infine, perché chiamare valore *aggiunto*, la *differenza* tra valore della produzione e consumi intermedi? Perché in realtà l'idea è la stessa a meno del segno: se *valore aggiunto = produzione - consumi intermedi* è anche ovviamente vero che *produzione = consumi intermedi + valore aggiunto.* Questa equazione descrive un processo che partendo dalle materie prime le trasforma rendendole più utili, e quindi *aggiunge valore* ad esse[5]. Una delle prime apparizioni documentate di questa idea risale addirittura alla fine del IV secolo: il teologo bizantino San Giovanni Crisostomo, discutendo di quale sia un "giusto prezzo", nota che il fabbro che compra il ferro e lo trasforma in attrezzi aggiunge ad esso del valore, ed è quindi giusto che ne ottenga un guadagno[6].

1.3 I conti di una economia chiusa con moneta

Immaginiamo ora che sia passato molto tempo, e che nella nostra isola si sia sviluppata una economia in cui la produzione viene realizzata utilizzando degli strumenti, che possiamo immaginare come i più semplici attrezzi agricoli: zappe,

[4] Non che abbiano molta scelta, d'altra parte.

[5] Nel caso di servizi senza utilizzo di materie prime (come il servizio di sbucciatura banane offerto da Eva) chiaramente tutto ciò che viene creato "è in più", quindi è tutto "valore aggiunto"

[6] Desidero ringraziare A. Erba per aver portato alla mia attenzione questo riferimento storico. Per ulteriori dettagli si può vedere ad esempio la voce "Giusto prezzo", a cura di O. Bazzichi, in www.treccani.it.

vanghe, ecc., e che utilizza moneta (ad esempio, conchiglie, come era comune tra le popolazioni polinesiane prima della colonizzazione occidentale). L'esistenza di moneta ci permette di utilizzare aggregati definiti in termini di valore. Manteniamo due semplificazioni cruciali: non ci sono rapporti con l'esterno (è una economia *chiusa*) e non esiste una pubblica amministrazione (PA), quindi non ci sono tasse né altri trasferimenti (il termine tecnico per indicare flussi senza contropartita, in pratica le donazioni).

Un primo concetto nuovo che introduciamo in questa economia un po' più complicata è il **Prodotto Interno Lordo (PIL),** che può essere definito in base a tre prospettive diverse. La prima è come **somma del valore aggiunto creato in tutti i settori che operano all'interno dell'economia considerata**: quindi, nell'esempio dell'isoletta quando abbiamo sommato il valore aggiunto dell'agricoltura e dei servizi abbiamo ottenuto proprio il PIL, anche se ancora non lo sapevamo. Riscriviamo quindi il **Conto della produzione** come

$$Produzione = Consumi\ Intermedi +\ PIL$$

Il sovrappiù risultante dall'attività di produzione, cioè a livello aggregato il PIL, viene distribuito tra chi ha lavorato in cambio di un reddito (lavoratori) e chi ha organizzato tale lavoro (imprenditori) utilizzando strumenti di produzione (capitale) di cui ipotizziamo per semplicità che abbia anche la completa proprietà. Il totale dei redditi dei lavoratori che prestano il proprio lavoro alle dipendenze di altri prende il nome di *redditi da lavoro dipendente,* e di quelli da capitale di *risultato lordo di gestione*[7]. Il conto che descrive questa divisione del valore aggiunto prende il nome di **Conto della generazione dei redditi primari,** perché illustra come si generano i redditi dei cosiddetti “fattori primari”, cioè le forze senza le quali non si potrebbe realizzare la produzione: lavoro e capitale.

$$PIL =\ redditi\ da\ lavoro\ dipendente + risultato\ lordo\ di\ gestione$$

Notare che questo conto ci ha portato ad una seconda definizione del PIL. Poiché

il risultato lordo di gestione sono i redditi dei capitalisti (cioè i detentori degli strumenti di produzione), a destra compaiono tutti i redditi percepiti dai possessori dei fattori produttivi primari. Il **PIL è quindi anche uguale alla somma di tutti i redditi percepiti da chi ha partecipato al processo di produzione, lavoratori e capitalisti.**

A questo punto possiamo scrivere il conto che ci descrive come viene utilizzato questo reddito, il **Conto dell'utilizzazione del reddito**, che mostra come il reddito dell'isola (cioè il PIL) si ripartisce tra consumi finali e risparmio.

$$PIL =\ Consumo\ finale + Risparmio$$

[7]La precisazione “lordo” si riferisce al fatto che non teniamo conto del fatto che durante la produzione gli strumenti utilizzati si usurano e dovranno essere prima o poi sostituiti; in altre parole, il "risultato" comprende in realtà una quota che dovrebbe essere accantonata per essere in grado di ricomprare gli strumenti quando sarà necessario. Questa quota prende il nome di ammortamenti, e sottraendola si ottiene il risultato netto di gestione.

L'ultimo passo è capire cosa ne viene fatto delle risorse accantonate dalle famiglie, cioè il risparmio. Un primo modo semplice di immaginare la cosa è che ci sia un incontro perfetto tra le necessità dei capitalisti che intendono acquisire strumenti di produzione, cioè effettuare *formazione di capitale*, ovvero *investimenti,* e le famiglie. Le seconde mettono quindi a disposizione dei primi il proprio risparmio (banalmente, come prestiti), ed abbiamo il **Conto del capitale:**

$$Risparmio = Investimenti\ lordi$$

Cosa accade se i piani di investimento delle imprese non corrispondono al risparmio delle famiglie? In realtà nulla, questa relazione continua a essere valida, perché in effetti è una identità contabile. Il motivo è molto semplice, ed è che tra gli investimenti compaiono anche le scorte di prodotti. Supponiamo ad esempio che il consumo delle famiglie cali inaspettatamente, e quindi cresca il risparmio. Le imprese si ritroveranno ad aver prodotto più di quanto non venga richiesto dalle famiglie; ci sarà cioè un eccesso di offerta. I prodotti non venduti dalle imprese che restano nei magazzini prendono il nome di *variazione delle scorte (*che in questo caso ha segno positivo, ma potrebbe ovviamente anche essere negativa nel caso opposto). La variazione delle scorte rientra negli investimenti, che quindi continuano ad essere uguali al risparmio.

Tutti i flussi che si realizzano nella nostra economia chiusa senza PA sono descritti coerentemente da questi quattro conti. E' però molto interessante svilupparne un altro, partendo dall'identità tra risorse complessivamente disponibili e tutti i loro possibili usi, il **Conto di equilibrio di beni e servizi**. In questo mondo molto semplice definendo i simboli Q (produzione interna), CI (Consumi Intermedi), C (consumi finali), I (investimenti lordi), abbiamo

$$\underbrace{Q}_{\text{Risorse}} = \underbrace{CI}_{\text{Usi Intermedì}} + \underbrace{C+I}_{\text{Usi Finali}}$$

che possiamo riscrivere come

$$Q - CI = C + I$$

ovvero, ricordando la definizione del PIL (Y) dal conto della produzione:

$$Y = C + I$$

Quindi abbiamo la terza ed ultima definizione del PIL, **somma degli usi finali**. Questo conto non è altro che l'equazione fondamentale della macroeconomia keynesiana e prende il nome di **Conto delle risorse e degli impieghi finali,** cioè tutti gli impieghi non intermedi. Mostra come le risorse disponibili alla fine del processo di produzione (il PIL, Y) vengono utilizzate per soddisfare i bisogni della popolazione (i consumi finali, C) oppure per accumulare strumenti di produzione (gli investimenti lordi, I).

1.4 I conti di una economia aperta

Possiamo ora fare un ulteriore passo, ed estendere la nostra architettura per tenere conto di eventuali legami con altre economie, che chiamiamo "Resto del

Mondo" (RdM). Viceversa, manteniamo la restrizione di assenza di PA, e quindi di imposte. Preliminarmente definiamo il concetto di *residente*: è residente in un paese chi vi ha il centro dei propri interessi economici, quindi un'attività lavorativa stabile. Di conseguenza, alla residenza economica non necessariamente corrisponde la residenza anagrafica o giuridica, né tanto meno la nazionalità.

I primi due conti, della produzione e della generazione dei redditi primari, non vengono in alcun modo alterati da queste possibilità, perché descrivono faccende che si svolgono all'interno dell'economia e riguardano i rapporti tra lavoratori e capitalisti. La grande complicazione appare prima di passare al conto dell'utilizzazione del reddito, perché dobbiamo tenere conto di due fatti. Da una parte, redditi da lavoro e da capitale che costituiscono remunerazione di attività svolte all'interno del paese possono affluire a non residenti; dall'altra, dei residenti possono avere percepito redditi (da lavoro o da capitale) per attività svolte all'estero. Per quanto riguarda i redditi da lavoro possiamo cioè avere dei lavoratori solo temporaneamente presenti nell'isola, mentre dei residenti della nostra isola possono recarsi temporaneamente a lavorare altrove. Il caso del capitale è ancora più naturale: un capitalista residente nella nostra isola può essere proprietario di strumenti di produzione collocati all'estero, e, viceversa, strumenti di produzione utilizzati nella nostra isoletta possono essere proprietà di persone residenti altrove.

Per tenere conto della prima complicazione definiamo i redditi da lavoro dipendente *nazionali*, cioè i redditi da lavoro dipendente percepiti dai residenti: sommiamo ai redditi da lavoro dipendente interni (quelli percepiti da tutti coloro che hanno lavorato all'interno, sia residenti che non) i redditi percepiti all'estero da residenti ed infine sottraiamo i redditi percepiti all'interno da non residenti.

Il passo successivo è sommare al risultato lordo di gestione i redditi che capitalisti hanno ricevuto dall'estero al netto di quelli che sono usciti dalla nostra economia, ovvero i *redditi da capitale netti dall'estero.*

A questo punto siamo in grado di definire il **Conto dell'attribuzione dei redditi primari,** che, tenendo conto di tutte queste complicazioni, ci fornisce il *Reddito Nazionale Lordo* (RNL; "Lordo" perché partiamo dal risultato lordo di gestione, se questo fosse stato netto tale sarebbe stato il Reddito Nazionale):

$$\begin{aligned} Reddito\ Nazionale\ Lordo = &\ risultato\ lordo\ di\ gestione \\ &+\ redditi\ da\ lavoro\ dip.\ interni \\ &+\ redditi\ da\ lavoro\ dip.\ netti\ da\ RdM \\ &+\ redditi\ da\ capitale\ netti\ da\ RdM \end{aligned}$$

Il conto successivo non è modificato nella sostanza, ma nella forma deve tenere presente del passaggio da PIL a RNL come base per il consumo. Quindi abbiamo il nuovo **Conto di utilizzazione del reddito**, diverso solo per la presenza del RNL invece che del PIL:

$$RNL = Consumo\ finale\ nazionale + Risparmio$$

Notare che definendo il consumo finale come dipendente non più dalla produzione realizzata all'interno (il Prodotto *Interno*) ma dal reddito che affluisce ai residenti (il Reddito *Nazionale*) potremmo avere consumo finale non nullo anche anche in totale assenza di produzione interna. Questo è chiaramente un caso estremo, ma in proporzioni realistiche corrisponde alla realtà di molti nazioni meno sviluppate, in cui i consumi delle famiglie dipendono in misura non trascurabile dai redditi prodotti all'estero da residenti temporaneamente emigrati (la cosiddetta *emigrazione stagionale*, frequente anche all'interno del nostro paese in molti comunità di montagna fino alla metà del '900).

L'ultimo conto, il **Conto del capitale,** viene modificato in modo fondamentale, in quanto essendoci rapporti con l'estero possiamo avere due casi opposti: da una parte, risparmio creato all'interno può essere messo a disposizione di capitalisti esteri; dall'altra, capitalisti residenti possono utilizzare risparmio creato all'estero. Nel primo caso avremo un *accreditamento* verso il RdM, nel secondo un indebitamento. Quindi

$$Risparmio = Investimenti\ lordi + accreditamento\ netto$$

Anche il **Conto risorse-impieghi finali** deve essere modificato, perché in questo mondo con scambi tra economie compaiono *importazioni* ed *esportazioni,* ovvero flussi di beni in entrata ed uscita, ed i secondi sono chiaramente usi non intermedi, quindi finali. Definendo i simboli M (Importazioni) ed X (Esportazioni) il **Conto di equilibrio di beni e servizi** è:

$$\underbrace{Q+M}_{\text{Risorse}} = \underbrace{CI}_{\text{Usi Intermedì}} + \underbrace{C+I+X}_{\text{Usi Finali}}$$

che possiamo riscrivere come

$$Q - CI = C + I + X - M$$

quindi, ricordando la definizione del PIL e definendo il saldo esportazioni - importazioni $B = X - M$, abbiamo il **Conto risorse-impieghi finali in economia aperta**:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + (X - M) \\ &= C + I + B \end{aligned}$$

Questa relazione è del tutto coerente con il Conto del capitale, perché ponendo $S = Y - C$ abbiamo

$$S = I + B$$

da cui segue che la formazione del capitale può essere maggiore delle risorse risparmiate se $B < 0$, ovvero le importazioni superano le esportazioni.

Prima di proseguire vale la pena soffermarsi sul conto risorse-impieghi finali per discutere un aspetto che potrebbe apparire paradossale. Tra le risorse (lato sinistro) abbiamo *tutte* le importazioni, quindi quasi certamente anche materie prime per usi intermedi, mentre tra gli impieghi (destra) abbiamo solo gli usi finali. Come può essere? La risposta è molto semplice: in realtà nella parte sinistra tutti i flussi relativi ad usi intermedi si elidono. Definiamo le importazioni per usi intermedi e per usi finali rispettivamente CI_M e F_M, e la produzione interna analogamente come CI_Q e F_Q. Il totale dei consumi intermedi sarà quindi $CI = CI_Q + CI_M$. Partendo dalla forma $(Q - CI) + M = C + I + X$ il conto può quindi essere riscritto come

$$\underbrace{(CI_Q + F_Q)}_{Q} - \underbrace{(CI_Q + CI_M)}_{CI} + \underbrace{(CI_M + F_M)}_{M} = C + I + X$$

Semplificando perciò otteniamo effettivamente a sinistra la somma delle sole risorse destinate ad usi finali (sia di produzione interna che di importazione), ed a destra gli usi finali stessi:

$$F_Q + F_M = C + I + X.$$

1.5 I conti di una economia moderna

Prima di passare alla rappresentazione contabile di una complicata economia moderna dobbiamo fare alcune operazioni preliminari. Innanzitutto è raggruppare tutti i soggetti attivi nell'economia in cinque grandi categorie omogenee per attività svolta ed obiettivi, chiamati Settori Istituzionali:

Società non finanziarie: producono beni e servizi non finanziari con l'obiettivo di realizzare profitti.

Società finanziarie: producono beni e servizi finanziari con l'obiettivo di realizzare profitti.

Amministrazioni pubbliche: svolgono due attività diverse. La prima è produrre servizi, sia individuali (istruzione, sanità, ecc.) che collettivi (sicurezza, difesa, ecc.), finanziandosi con imposte (dirette, calcolate in proporzione al reddito od alla ricchezza, od indirette, calcolate in proporzione ad altre grandezze, come il valore aggiunto). La seconda è operare la redistribuzione del reddito tra i cittadini.

Istituzioni sociali private: organizzazioni private (partiti, sindacati, onlus) che, come la PA, producono servizi, sia individuali che collettivi, ma si finanziano con donazioni, trasferimenti pubblici e redditi da proprietà.

Famiglie: ovviamente la loro attività primaria è soddisfare le necessità dei loro membri, cioè consumare. Però c'è una complicazione, causata dall'esistenza di imprese familiari per cui è impossibile distinguere attività di produzione e consumo (es. le spese per un'abitazione in cui venga svolta anche un'attività imprenditoriale). Definiamo quindi il settore delle **Famiglie consumatrici e produttrici** che consumano e producono beni e servizi non finanziari.

Avendo definito questi settori istituzionali possiamo anche compilare i "Conti dei Settori Istituzionali", che ci permettono ad esempio di valutare il ruolo delle ISP o l'evoluzione nel tempo dei rapporti tra la PA ed il resto dell'economia (quindi, la pressione fiscale). Qui non ce ne occuperemo.

Il secondo passo è definire accuratamente i vari aggregati che abbiamo man mano introdotto sopra, più alcuni che saranno necessari.

Produzione: fondamentalmente, il risultato dell'attività economica. Tuttavia, in un mondo complesso questa semplice definizione deve essere dettagliata con molta precisione. La Contabilità Nazionale include nella produzione:

1. Creazione di beni e servizi destinabili alla vendita (cioè che avrebbero potuto esserlo, anche se non effettivamente venduti), o destinati ad uso proprio da parte del produttore;

2. Creazione di beni o servizi da parte di amministrazioni pubbliche ed istituzioni sociali private;

3. Qualsiasi attività che crei utilità dietro compenso, anche se illegale (contrabbando, spaccio di droga, prostituzione).

Al contrario, non sono produzione:

1. I servizi domestici scambiati dai membri di una famiglia;

2. Attività volontarie di fornitura di servizi (se non attraverso ISP)

3. Riparazioni eseguite in proprio su abitazioni (se di poco conto) e su beni durevoli di consumo;

4. Furti, ricatti ed estorsioni (producono solamente trasferimenti di utilità).

Consumi intermedi: valore dei beni e dei servizi consumati (trasformati oppure esauriti) quali input in un processo produttivo.

Valore Aggiunto: differenza tra valore della produzione di beni e servizi e quello dei beni e servizi intermedi consumati (materie prime e ausiliarie impiegate, servizi da altre unità produttive).

Redditi da lavoro dipendente: costo sostenuto dai datori di lavoro, pari alle retribuzioni lorde più i contributi sociali, cioè le imposte pagate al sistema di previdenza sociale obbligatorio (i versamenti per le pensioni).

Risultato lordo di gestione: ciò che rimane del VA una volta pagate le imposte indirette nette ed i redditi da lavoro dipendente.

Consumi finali: spesa sostenuta dalle unità istituzionali residenti per i beni e servizi usati per il diretto soddisfacimento dei bisogni individuali o collettivi della comunità; comprende quindi spesa delle famiglie, della PA e delle ISP

Investimenti lordi (formazione lorda del capitale): investimenti fissi lordi più variazione delle scorte; è il valore dei beni acquisiti dalle unità produttive che procureranno reddito in un periodo successivo

Investimenti fissi lordi: soprattutto acquisizioni nette di beni materiali (macchinari, impianti) e immateriali (software) dei produttori residenti, più case (nuove) acquistate dalle famiglie.

Capitale fisso: beni materiali e immateriali destinati ad essere utilizzati nei processi produttivi per un periodo superiore ad un anno.

Trasferimenti: flussi senza contropartita, l'equivalente delle donazioni nel linguaggio comune.

Importazioni, Esportazioni: flussi di beni e servizi rispettivamente entrati nel paese dal Resto del Mondo (RdM) ed usciti da esso verso il RdM.

Prestazioni sociali imposte pagate a favore del sistema di previdenza sociale obbligatorio.

Prestazioni sociali pagamenti operati da un sistema di previdenza sociale obbligatorio a favore dei cittadini; in pratica, le pensioni.

L'ultimo passo che ci resta da fare per avere una rappresentazione realistica è tenere conto del fatto che, come abbiamo appena visto sopra, negli stati moderni esistono amministrazioni pubbliche che riscuotono imposte ed erogano contributi. Questo ha due principali implicazioni:

(a) l'esistenza di imposte indirette, come l'Imposta sul Valore Aggiunto (IVA), rende necessario definire prezzi diversi, ciascuno rilevante per fasi diverse degli scambi;

(b) più in generale, l'esistenza di imposte e trasferimenti implica un processo di redistribuzione del reddito. Questo avviene per la massima parte tra residenti, e quindi scompare nell'aggregazione a livello nazionale. Tuttavia, al margine possiamo avere imposte pagate da residenti ad istituzioni estere e viceversa. In senso opposto possiamo avere trasferimenti, ovvero flussi senza contropartita, che attraversano la frontiera economica del paese. Tra questi hanno particolare importanza le pensioni: il pagamento della pensione ad una persona che ha svolto la sua attività lavorativa in un paese diverso da quello in cui risiede aumenta il reddito effettivamente disponibile nel paese di residenza ed abbassa quello del paese da cui parte il pagamento. Quindi, in una nazione il reddito effettivamente disponibile per i consumi può essere diverso dal reddito nazionale.

Vediamo il punto (a). Il punto chiave è che possiamo definire due prezzi diversi:

prezzo base: il prezzo che un produttore si può aspettare di ricevere per il suo prodotto, meno le tasse che sarà chiamato a pagare in conseguenza della sua produzione o vendita, più eventuali sussidi su quanto produce (ad esempio, i contributi della politica agricola comunitaria ai coltivatori di olivi).

prezzo di mercato: il prezzo che l'acquirente paga effettivamente al momento dell'acquisto, incluse eventuali imposte al netto dei contributi ai prodotti.

Di conseguenza il prezzo rilevante per la valutazione della Produzione è il prezzo base, perché l'IVA è incassata dal produttore all'atto della vendita dei suoi prodotti solamente per essere interamente versata alla PA. All'opposto, Consumi Intermedi e Consumi finali, e quindi il PIL, devono essere valutati a prezzi che comprendono l'IVA. Quindi, il Conto della produzione risulta non bilanciato: il termine di sinistra, la Produzione a prezzi base, esclude le imposte; quelli di destra, Consumi Intermedi e del PIL, le includono. La soluzione è per fortuna molto semplice, e consiste nell'aggiungere a sinistra le imposte indirette al netto dei contributi ai prodotti, ottenendo il **Conto della produzione** come

$$\begin{gathered}\textit{Produzione a prezzi base} \ + \ \textit{Imposte indirette nette} = \\ \textit{Consumi Intermedi} + \ \textit{PIL a prezzi di mercato}\end{gathered}$$

Il punto (b) rende necessario ridefinire il concetto del reddito che costituisce la base per le scelte delle famiglie. Tenendo conto dei flussi di imposte e trasferimenti da e per il RdM otteniamo il **Conto della distribuzione secondaria del reddito**, che consente di ottenere il *reddito nazionale lordo disponibile, RNLD*, a partire dal RNL:

$$\begin{aligned} RNLD = RNL & \\ & + imposte\ dirette\ nette\ pagate\ dal\ RdM \\ & + trasferimenti\ netti\ dal\ RdM \end{aligned}$$

Ovviamente ora la base per il consumo è il reddito nazionale lordo disponibile, per cui modifichiamo il conto seguente denominandolo **Conto di utilizzazione del reddito disponibile** e scrivendolo come

$$RNLD = \ Consumo\ finale\ nazionale + Risparmio$$

Tutti gli altri conti restano inalterati. Riassumendo, la loro sequenza è la seguente (tra parentesi i principali aggregati coinvolti in ciascun conto ed i relativi simboli):

1. Conto della **produzione** (produzione a prezzi base Q, imposte indirette T, consumi intermedi CI, PIL a prezzi di mercato Y)

$$Q + T = CI + Y$$

2. Conto della **generazione dei redditi primari** (PIL Y, redditi da lavoro W, risultato lordo di gestione RLG)

$$Y = W + RLG$$

3. Conto dell'**attribuzione dei redditi primari** (risultato lordo di gestione RLG, redditi da lavoro interni W, redditi da lavoro e capitale netti da RdM, W_N, π_N, Reddito Nazionale Lordo RNL)

$$RLG + W + W_N + \pi_N = RNL$$

4. Conto della **distribuzione secondaria del reddito** (Reddito Nazionale Lordo RNL, imposte dirette e trasferimenti netti dal RdM, T_N, Tr_N, Reddito Nazionale Lordo Disponibile $RNLD$)

$$RNL + T_N + Tr_N = RNLD$$

5. Conto dell'**utilizzazione del reddito disponibile** (Reddito Nazionale Lordo Disponibile $RNLD$, consumi finali nazionali C, risparmio S)

$$RNLD = \ C + S$$

6. conto del **capitale** (risparmio S, investimenti lordi I, accreditamento od indebitamento con RdM, B)

$$S = I + B$$

A cui aggiungiamo

- conto **risorse-impieghi finali** (PIL, consumi finali, investimenti, esportazioni, importazioni)

$$Y = C + I + (X - M)$$

Nella pagine seguenti sono riportati i conti dell'Italia per il 2015. In alcuni casi appaiono delle poste non discusse sopra; si tratta sempre di casi marginali, che non esaminiamo nel dettaglio. La dicitura "fob" ("free on board") che accompagna importazioni ed esportazioni indica la valutazione di tali flussi al netto delle spese di assicurazione e trasporto.

Schema riassuntivo dei conti nazionali

1. Produzione $Q + T = CI + Y$
2. Generazione dei redditi $Y = W + RLG$
3. Attribuzione dei redditi $RLG + W + W_N + \pi_N = RNL$
4. Distribuzione secondaria del reddito $RNL + T_N + Tr_N = RNLD$
5. Uso del reddito $RNLD = \ C + S$
6. Formazione del capitale $S = I + B$

- Risorse-impieghi finali $Y = C + I + (X - M)$

I Conti dell'Italia nel 2015 (miliardi di Euro)

1. Conto della Produzione

Risorse		*Impieghi*	
Produzione ai prezzi base	3 079,947	Consumi intermedi	1 611,006
Imposte al netto dei contributi ai prodotti	167,431	Prodotto interno lordo ai prezzi di mercato	1 636,372
		Ammortamenti	293,196
		Prodotto Interno Netto ai prezzi di mercato	1 343,176

2. Conto della generazione dei redditi primari

Risorse		*Impieghi*	
Prodotto Interno Netto ai prezzi di mercato	1 343,176	Redditi interni da lavoro dipendente	651,294
		Imposte sulla prod. e sulle imp. (nette)	217,064
		Risultato di gestione + reddito misto (netto)	474,818

3. Conto della attribuzione dei redditi primari

Risorse		*Impieghi*	
Risultato di gestione + reddito misto (netto)	474,818		
Redditi interni da lavoro dipendente	651,294		
redditi da lavoro netti (ricevuti - pagati) da RdM	3,919		
imposte indirette pagate al RdM (-),			
nette dei contributi ricevuti da RdM (+)	2,203		
imposte sulla prod. e sulle imp. (nette)	217,064		
redditi da capitale netti (ric.-pag.) da RdM	-9,135	*Reddito Nazionale Netto*	1 340,162

4. Conto della distribuzione secondaria del reddito

Risorse		*Impieghi*	
Reddito Nazionale Netto	1 340,162		
saldo delle imposte dirette con RdM	1,391		
saldo dei contributi sociali (ricevuti-pagati) con RdM	0,154		
saldo delle prestazioni sociali (ricevute-pagate) con RdM	3,049		
altri trasferimenti correnti netti (ricevuti-pagati) dal RdM	-19,207	*Reddito Nazionale Disponibile Netto*	1 325,548

5. Conto della utilizzazione del reddito disponibile

Risorse		*Impieghi*	
Reddito Nazionale Disponibile Netto	1 325,548	spesa per consumi finali nazionali	1 309,548
		Risparmio netto	16,000

6. Conto del capitale

Variazioni delle passività		*Variazioni delle attività*	
risparmio netto	16,000	investimenti fissi lordi	270,317
saldo dei trasferimenti in conto capitale con il resto del mondo	3,784	ammortamenti (-)	293,196
		variazione delle scorte e acquisizioni - cessioni di oggetti di valore	4,033
		acquisizioni - cessioni di attività non finanziarie non prodotte	1,386
		accreditamento (+) / indebitamento (-)	37,243

Conto risorse-impieghi finali

Risorse		*Impieghi*	
Prodotto Interno Lordo ai prezzi di mercato	1 636,372	spesa per consumi finali nazionali	1 309,548
importazioni di beni (fob) e servizi	442,380	investimenti fissi lordi	270,317
		variazione delle scorte	2,223
		oggetti di valore	1,809
		esportazioni di beni (fob) e servizi	494,854

1.6 Il PIL: cos'è, e cosa non è

1.6.1 I limiti del PIL

Nello schema di Contabilità Nazionale esposto finora l'aggregato che misura la creazione di utilità realizzata dal sistema economico è il PIL od il suo equivalente netto. In effetti, ragionando per semplicità e senza grande perdita di generalità su di una economia chiusa, il PIL è uguale alla somma dei consumi dei consumi finali delle famiglie, ovvero tutto ciò che la popolazione ha utilizzato per soddisfare i propri bisogni, e della formazione di capitale, ovvero ciò che è stato utilizzato per mantenere ed ampliare la capacità produttiva dell'economia, quindi in ultima analisi la sua capacità di soddisfare i bisogni delle generazioni future. Visto così sembra non ci sia molto da obiettare al PIL come misura di benessere[8]. Allora perché i dubbi sulla sua utilità sono molti, già riassunti da Robert Kennedy[9] in un famoso discorso tenuto all'Università del Kansas durante la sua campagna elettorale presidenziale del 1968 con la frase "Il PIL [...] misura tutto, in poche parole, eccetto ciò che rende la vita veramente degna di essere vissuta"? Il problema è alla radice, ovvero discende dal tentativo di utilizzare una misura di produzione (perché il PIL è questo) come misura di benessere. Anche se è spesso vero che la produzione dà benessere, è altrettanto vero che questo non sempre accade e, cosa anche più importante, che il benessere può variare anche indipendentemente dalla produzione.

Nonostante la sua natura non accademica il discorso di Robert Kennedy rappresenta una efficace sintesi delle obiezioni che si possono muovere al PIL. Le principali sono le seguenti: il PIL non è una buona misura di sviluppo perché "comprende anche l'inquinamento dell'aria, [...] le ambulanze per sgombrare le nostre autostrade dalle carneficine dei fine settimana. [...] le serrature speciali per le nostre porte di casa e le prigioni per coloro che cercano di forzarle [...] non tiene conto della salute dei nostri ragazzi, la qualità della loro educazione". Vediamo questi argomenti nell'ordine.

"comprende anche l'inquinamento dell'aria". Ovviamente l'espressione è paradossale, poiché l'inquinamento in quanto tale non è compreso nel PIL; è tuttavia vero che uno dei grandi problemi del PIL è la sua incapacità di tenere conto dell'usura ambientale. Il problema non è causato del PIL in quanto tale, ma piuttosto ma dal modo in cui l'usura ambientale è affrontata dalla società in generale. Ad esempio, supponiamo che una azienda modifichi un processo produttivo per ridurre la dispersione di sostanze nocive nell'ambiente, ottenendo tuttavia una minore produzione a parità di materie prime utilizzate. Se l'inquinamento non ha rilevanza economica il risultato *coeteris paribus* è ovviamente un calo del suo valore aggiunto e quindi del PIL, perché questo coglie il calo della produzione ma non il miglioramento della qualità ambientale. Supponiamo invece che lo stato, in un tentativo di valutare i costi sociali dell'inquinamento causati dall'impatto

[8]Ricordando che il PIL è la somma dei redditi dei fattori della produzione, a sostegno della sua rilevanza come misura di benessere si può anche citare la scrittrice inglese Jane Austen: "Un reddito elevato è la migliore ricetta per la felicità che io conosca" (dal romanzo "Mansfeld Park", 1814) oppure Woody Allen: "se i soldi non danno la felicità, figuriamoci la miseria!"

[9]Fratello minore di John, assassinato nel Giugno 1968.

che esso ha sulla salute della popolazione, imponga una multa proporzionale alle emissioni nocive. L'ammontare delle multe figurerebbe tra i consumi intermedi dell'azienda, esattamente come la spesa per materie prime. La variazione netta del PIL dipenderebbe quindi negativamente dalla riduzione della produzione ma positivamente dalla riduzione dei costi permessa da quella delle emissioni, e si potrebbe avere un aumento del PIL pur in presenza di una flessione della produzione.

Un altro esempio che possiamo fare è quello della costruzione di un centro commerciale che comporta la distruzione di un bosco. Un bosco svolge una quantità di funzioni di enorme utilità: assorbe CO2; previene l'erosione del terreno; garantisce un habitat per insetti impollinatori, essenziali per l'agricoltura; migliora la qualità dell'aria e della vita della popolazione, con effetti positivi sulla salute e quindi sulla spesa sanitaria. Ora, cosa succede nella contabilità nazionale se un bosco viene distrutto per costruire un centro commerciale? Il valore del centro commerciale viene conteggiato come un investimento (per la precisione, in edifici non residenziali), e concorrerà quindi a determinare il PIL. D'altra parte, le funzioni svolte dal bosco, pur importantissime, non hanno una collocazione nello schema della Contabilità Nazionale. La loro perdita è quindi completamente ignorata, perlomeno nel breve termine[10]. E' quindi evidente che la crescita del PIL sovrastima l'effettiva crescita di benessere, anche materiale[11].

"[comprende] le ambulanze per sgombrare le nostre autostrade dalle carneficine dei fine settimana". In questo caso la spesa è in effetti particolarmente inutile perché sarebbe evitata da un po' di prudenza, ma può essere presa come rappresentativa della spesa sanitaria in generale. La domanda se abbia senso inserire questa spesa nella creazione di utilità non ha una risposta scontata, perché è una questione che sembra avere implicazioni paradossali. *Se* sto male, appare ovvio che quando qualcuno mi cura c'è creazione di utilità. Questo però vuol dire che se invece stavo bene e non avevo bisogno di farmi curare la produzione sarebbe stata minore, quindi il sistema avrebbe creato meno utilità, e secondo la nostra misura saremmo stati *peggio*! Il paradosso è creato dal trattamento della condizionalità: la malattia non è un'ipotesi, è un fatto, quindi la fornitura di servizi sanitari ha davvero creato utilità. Lo stesso vale per le spese per la ricostruzione dopo calamità naturali, che possono paradossalmente avere un effetto positivo sul PIL se prevale la distruzione di abitazioni ed infrastrutture rispetto a quella di capitale produttivo.

"[comprende] le serrature speciali per le nostre porte di casa e le prigioni per coloro che cercano di forzarle". Sono spese diverse, accomunate dal fatto di essere indotte dall'esistenza di criminalità. Ovviamente, è vero che, esattamente come sarebbe meglio non ammalarsi e quindi non avere bisogno di essere curati, sarebbe preferibile un mondo più sicuro in cui queste spese fossero inutili, anche se a parità degli altri fattori, il PIL sarebbe più basso. Tuttavia, vale la risposta precedente:

[10] Nel medio-lungo termine, nel campo di osservazione della Contabilità Nazionale potremmo riscontrare una riduzione della produzione agricola, una minore produttività dei lavoratori a causa del peggioramento della salute media, e maggiori oneri sulla spesa pubblica per dissesto idrogeologico e spesa sanitaria. Tuttavia, il legame di questi fenomeni con la distruzione del bosco sarebbe difficile da identificare.

[11] Per una introduzione a questi temi vedere Dasgupta (2021).

data l'esistenza di criminalità, la produzione ed installazione di serrature più sicure dà effettivamente una utilità, così come la costruzione di prigioni.

"non tiene conto della salute dei nostri ragazzi e della qualità della loro istruzione". Mentre le precedenti obiezioni sono relative alla definizione e calcolo del PIL, questa è molto più radicale. Si potrebbe infatti ad esempio escludere la spesa per gli interventi di pronto soccorso stradale o per la costruzione di prigioni dal PIL senza alterarne in alcun modo l'impianto generale, ma non c'è invece modo di inserirvi la salute della popolazione. L'istruzione è una questione più complessa: la spesa per tale scopo è di per sé inclusa nel PIL, ma ovviamente questa è una misura di quantità e non di qualità.

1.6.2 Oltre il PIL

Vi sono essenzialmente due modi alternativi di misurare il benessere tenendo conto di una pluralità di dimensioni (reddito, salute, istruzione, ecc. ecc.): utilizzare un vettore di indicatori oppure una loro sintesi, ovvero un indicatore composito.

L'esempio più importante del secondo approccio è lo "Human Development Index", una media (geometrica) del reddito pro capite, aspettativa di vita e livello di scolarizzazione calcolato regolarmente per lo "Human Development Report" dell'ONU (United Nations Development Programme, 2016). L'HDI riveste particolare interesse per paesi in via di sviluppo, mentre per i quali non è praticamente utilizzato per i paesi avanzati, dove assume valori che presentano pochissima variabilità. Il suo problema principale è l'arbitrarietà della modalità di aggregazione: l'HDI assegna pesi uguali, ma questa scelta non ha nessuna base oggettiva.

Esempi del primo approccio sono invece il "Canadian Index of Wellbeing", il progetto dell'Australian Bureau of Statistics "Measures of Australia's Progress" (MAP), ed il programma UE "Beyond GDP", rappresentato in Italia dal progetto Istat "Benessere Equo e Solidale" (BES).

In effetti, «l'Italia è il primo paese dell'Unione Europea e del G7 nel quale il Governo è tenuto a valutare in maniera sistematica, ex ante ed ex post, l'impatto delle politiche sulle diverse dimensioni del benessere» (dal DEF 2017). Infatti, la Legge 163/2016 ha stabilito che in un allegato del Documento di economia e finanza (DEF) siano riportati i valori degli indicatori di benessere equo e sostenibile nell'ultimo triennio, insieme alle previsioni sul loro andamento nel periodo di riferimento del DEF. Inoltre, il Ministero dell'Economia e delle finanze (MEF) è tenuto a presentare una relazione alle Camere entro il 15 febbraio che mostri l'andamento degli indicatori in base agli effetti determinati dalla legge di bilancio per il triennio in corso[12]. Il DEF dell'Aprile 2017 ha selezionato, su base sperimentale, quattro indicatori (il numero definitivo dovrebbe salire a dodici). I primi due sono relativi al reddito (livello medio del reddito e disuaglianza), il terzo alla condizione del mercato del lavoro, e l'ultimo all'impatto sull'ambiente. Più precisamente:

[12]Cfr. Commissione V della Camera dei Deputati, Audizione del 26 Luglio 2017 dell'Ufficio parlamentare di bilancio.

1. *reddito medio disponibile* pro capite aggiustato per i trasferimenti in natura ricevuti dalla pubblica amministrazione e dalle istituzioni sociali private;

2. *indice di disuguaglianza del reddito disponibile*: rapporto interquintilico, ovvero il rapporto tra il reddito disponibile equivalente[13] ricevuto dal 20 per cento della popolazione con il reddito più elevato e quello ricevuto dal 20 per cento della popolazione con il reddito più basso.

3. *tasso di mancata partecipazione al lavoro*: somma di disoccupati e forze di lavoro potenziali tra 15 e 74 anni sul totale delle forze di lavoro effettive e potenziali.

4. *emissioni ambientali con effetti sul clima:* emissioni di anidride carbonica e altri gas, misurate in tonnellate di CO2 equivalenti pro capite.

1.7 Stima dei conti

I conti vengono compilati con un complesso processo di stima dei vari aggregati sulla base delle fonti più varie. In ogni conto vengono identificati gli aggregati più semplici da stimare mediante apposite indagini, con gli altri calcolati per differenza. Vediamo un rapido quadro d'insieme.

- *Conto della produzione:* vengono stimati usi intermedi e produzione utilizzando dati da una rilevazione totale su tutte le imprese con più di 100 dipendenti ("Sistema dei Conti delle Imprese", SCI), da una campionaria per quelle più piccole ("Piccole e Medie Imprese", PMI), e da un archivio integrato di fonti amministrative e statistiche ("FRAME-SBS", Structural Business Statistics).

- *Conto della generazione dei redditi primari:* vengono stimati i redditi procapite da lavoro dipendente sulla base di dati SCI, PMI, FRAME-SBS, Banca d'Italia e ISVAP per le società finanziarie, e dei contratti agricoli.

- *Conto della utilizzazione del reddito disponibile:* vengono stimati i consumi finali nazionali sulla base innanzitutto dei dati dell'Indagine sulle spese delle famiglie, quindi dati PA, ed infine con il metodo della disponibilità (sottraendo all'offerta i flussi destinati a formazione di capitale, spesso più facili da stimare). L'indagine sulle spese delle famiglie è la fonte più importante. Si tratta di una indagine campionaria su circa 20.000 famiglie residenti in 500 comuni, che vengono invitate a compilare per un periodo di due settimane un diario delle proprie spese, compresi i movimenti turistici.

[13] Ossia, corretto con una «scala di equivalenza» che tiene conto della dimensione e composizione della famiglia che costituisce l'unità decisionale del consumo a cui è destinato tale reddito. Questa correzione è concettualmente necessaria, anche se di complessa realizzazione, per la presenza dei costi fissi dell'abitazione (per cui il reddito necessario a mantenere un dato livello di benessere cresce meno che proporzionalmente alla dimensione della famiglia) e per i maggiori costi in presenza di bambini.

- *Conto del capitale:* vengono stimati gli Investimenti fissi, sulla base di dati SCI, PMI, FRAME-SBS ed il metodo della disponibilità.

Una annotazione importante è che in queste rilevazioni oltre agli aggregati citati viene misurato anche l'uso di lavoro fatto dalle imprese. Nelle pubblicazioni e banche dati accessibili da Internet questo dato viene quindi presentato all'interno dei conti nazionali, sotto forma di tre diverse misure:

(a) occupati: numero di invidui che nel periodo in esame hanno svolto un'attività lavorativa;

(b) **posizioni lavorative:** numero di rapporti di lavoro (quindi, ad un dato occupato possono corrispondere più rapporti di lavoro);

(c) Unità di Lavoro (ULA): numero di rapporti di lavoro a tempo pieno necessari per fornire l'input di lavoro effettivamente utilizzato dalle imprese (quindi, minore delle posizioni lavorative nel caso dell'esistenza di rapporti a tempo parziale).

1.8 Domande di verifica

1. Consideriamo due paesi in cui PIL = 1000. Nel primo Risultato Lordo di Gestione (RLG) = 700 e nel secondo RLG=300. Cosa possiamo dire sulla struttura economica e sociale di questi due paesi?

2. Consideriamo due paesi in cui Risparmio (S)=1000. Nel primo Investimenti Lordi (I) = 1100 e nel secondo I = 900. Cosa possiamo dire sull'uso del risparmio e la formazione del capitale in questi due paesi?

3. Consideriamo due paesi (A e B) in cui PIL e Consumi sono uguali ($PIL_A = PIL_B$, $C_A = C_B$). Nel paese A la bilancia commerciale è in pareggio, nel paese B è in disavanzo. Che conclusioni ne possiamo trarre?

Bibliografia

[1] Dasgupta, P. (2021), *The Economics of Biodiversity: The Dasgupta Review. Abridged Version*. (London: HM Treasury) http://www.gov.uk/official-documents

[2] Eurostat-European Commission (2013) *European system of accounts - ESA 2010* Publications Office of the European Union, Luxembourg.

[3] European Commission, IMF, OECD, UN and World Bank (2009) *System of National Accounts 2008,* New York.

[4] United Nations Development Programme (2016) *Human Development Report 2015,* New York.

Capitolo 2

Analisi descrittiva delle serie storiche

2.1 Premessa

Lo scopo di questo capitolo è una semplice introduzione all'analisi descrittiva di dati misurati nel tempo, ovvero *serie temporali* o *storiche*. Prima di entrare nei dettagli è necessario definire la terminologia. Innanzitutto, una serie storica viene detta *univariata* quando riguarda un'unica variabile (ad esempio, il PIL in Italia dal 1970 al 2010) e *multivariata*, o *multipla*, quando comprende più variabili (ad esempio, PIL, consumi ed investimenti). La *frequenza* di una serie storica è la cadenza con cui sono misurati i dati: per le variabili economiche i dati sono normalmente disponibili con frequenza annuale e trimestrale, o al più, in alcuni rari casi, mensile, mentre i dati finanziari sono rilevati con frequenze elevatissime (anche ogni minuto). Il periodo a cui si riferisce un'osservazione viene indicato a pedice; quindi X_t indica la variabile X rilevata al tempo t. Nel caso di serie a frequenza trimestrale o mensile si usa indicare anno e mese o trimestre separati da due punti. Ad esempio, $X_{t:3}$ indica il terzo mese o trimestre dell'anno t. Nei testi (ma non nelle formule) per i trimestri vengono usati anche i numeri romani oppure il numero arabo preceduto da Q (iniziale dal termine inglese *quarter*). Quindi, ad esempio, il terzo trimestre del 2010 si può trovare indicato indifferentemente come 2010:3, 2010:III, oppure 2010:Q3. Nel caso di dati di *stock* (capitale, occupati, ecc.) X_t può misurare l'intensità del fenomeno in un preciso istante (ad esempio nel caso dei censimenti, in cui una popolazione viene rilevata in uno specifico giorno), oppure, più frequentemente, come media del periodo. Nel caso di *flussi* (valore aggiunto, ore lavorate, ecc.) misura la somma totale sul periodo stesso. Ad esempio, ipotizzando di disporre di dati rilevati in ogni giorno di un anno t, una misura di stock è il valore del capitale medio, pari a $K_t = 365^{-1}\sum_{g=1}^{365} K_{t:g}$, mentre una misura di flusso è il valore aggiunto annuale, dato dalla somma del valore aggiunto creato in ogni giorno dell'anno: $Y_t = \sum_{g=1}^{365} Y_{t:g}$, Infine, utilizzeremo l'operatore differenza, Δ, per definire la crescita assoluta di X tra $t-1$ e t come $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$. La crescita relativa, ovvero il tasso di crescita, viene invece in genere indicata da un accento circonflesso, per cui $\widehat{X}_t = \Delta X_t / X_{t-1}$ è il tasso di crescita (velocità di crescita) di X tra $(t-1)$ e t.

2.2 Misure della crescita

2.2.1 Approssimazione logaritmica al tasso di crescita di una variabile

Una proprietà caratteristica dei logaritmi naturali (in base e) è che per un numero z abbastanza piccolo $ln(1+z) \simeq z$: ad esempio, $ln(1.05) = 0.049$. Questa proprietà, assieme a quelle fondamentali dei logaritmi, permette di far vedere facilmente che se ΔX_t non è grande rispetto ad X_{t-1} (condizione normalmente rispettata dagli aggregati economici) la variazione relativa di una variabile, $\widehat{X}_t$, è approssimativamente uguale alla variazione assoluta dei suoi logaritmi, $\Delta \ln(X_t)$:

$$\begin{aligned}
\Delta \ln(X_t) &= \ln(X_t) - \ln(X_{t-1}) \\
&= \ln(X_t / X_{t-1}) \\
&= \ln(\frac{X_{-1t} + \Delta X_t}{X_{t-1}}) \\
&= \ln(1 + \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}}) \\
&\simeq \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}}
\end{aligned}$$

Questo risultato è utile in diverse circostanze, innanzitutto nel calcolo del tasso di crescita di un prodotto di variabili (ad esempio, il valore, V, prodotto di prezzo, P, e quantità, Q).

2.2.2 Tasso di crescita di un prodotto di variabili

Consideriamo la variabile $V_t = P_t Q_t$. Applicando la proprietà appena vista

$$\begin{aligned}
\widehat{V}_t &= \frac{\Delta V_t}{V_{t-1}} \\
&\simeq \Delta \ln(V_t) \\
&= \Delta \ln(P_t Q_t) \\
&= \Delta \ln(P_t) + \Delta \ln(Q_t) \\
&\simeq \widehat{P}_t + \widehat{Q}_t.
\end{aligned}$$

Quindi, il tasso di crescita del valore è approssimativamente uguale alla somma della crescita dei prezzi e delle quantità. In generale,

il tasso di una crescita del prodotto di due variabili è approssimativamente uguale alla somma dei loro tassi di crescita.

Alcuni semplici calcoli ci permettono di capire da cosa dipende la natura approssimata della relazione:

$$\begin{aligned}
V_t &= P_t Q_t \\
&= (P_{t-1} + \Delta P_t)(Q_{t-1} + \Delta Q_t) \\
&= V_{t-1} + P_{t-1}\Delta Q_t + \Delta P_t Q_{t-1} + \Delta P_t \Delta Q_t
\end{aligned}$$

perciò

$$\Delta V_t = P_{t-1}\Delta Q_t + \Delta P_t Q_{t-1} + \Delta P_t \Delta Q_t$$

e quindi

$$\begin{aligned}
\widehat{V}_t &= \frac{\Delta V_t}{V_{t-1}} \\
&= \frac{\Delta P_t Q_{t-1} + P_{-1t}\Delta Q_t + \Delta P_t \Delta Q_t}{P_{t-1}Q_{t-1}} \\
&= \frac{\Delta P_t Q_{t-1}}{P_{t-1}Q_{t-1}} + \frac{P_{-1t}\Delta Q_t}{P_{t-1}Q_{t-1}} + \frac{\Delta P_t \Delta Q_t}{P_{t-1}Q_{t-1}} \\
&= \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} + \frac{\Delta Q_t}{Q_{t-1}} + \frac{\Delta P_t \Delta Q_t}{P_{t-1}Q_{t-1}} \\
&= \widehat{P}_t + \widehat{Q}_t + \widehat{P}_t\widehat{Q}_t
\end{aligned} \tag{2.2.1}$$

La velocità a cui cresce il valore è quindi la somma di tre addendi:

1. la velocità di crescita dei prezzi;
2. la velocità di crescita delle quantità;
3. il prodotto delle due velocità di crescita.

Osservando la (2.2.1) notiamo che in questo contesto $\widehat{P}_t$ in effetti misura le conseguenze della variazione di prezzi a quantità costante, tanto che può essere scritto come una frazione con numeratore $\Delta P_t Q_{t-1}$. Analogamente $\widehat{Q}_t$ misura gli effetti della variazione della quantità a prezzo costante (infatti può essere scritto come una frazione con numeratore $P_{t-1}\Delta Q_t$). Ovviamente, $\widehat{P}_t\widehat{Q}_t$ misura l'interazione delle due variazioni (infatti può essere scritto come una frazione con numeratore $\Delta P_t \Delta Q_t$). Questo termine è ignorato dall'approssimazione logaritmica $\widehat{V}_t \simeq \widehat{P}_t + \widehat{Q}_t$. Tuttavia, se i tassi di crescita sono inferiori al 100% $\widehat{P}_t\widehat{Q}_t$ ha sempre un ordine di grandezza inferiore rispetto a $\widehat{P}_t$ e $\widehat{Q}_t$, e può quindi essere ignorato senza gravi conseguenze. Ad esempio, se $\widehat{P}_t = 0.10$ e $\widehat{Q}_t = -0.05$ $\widehat{P}_t\widehat{Q}_t = 0.10 \times (-0.05) = -0.005$, per cui $\widehat{V}_t = \widehat{P}_t + \widehat{Q}_t + \widehat{P}_t\widehat{Q}_t = 0.10 - 0.05 - 0.005 = 0.045$, diverso solo al secondo decimale da $\widehat{P}_t + \widehat{Q}_t = 0.05$.

2.2.3 Tasso di crescita di una somma di variabili: i *contributi alla crescita*

Consideriamo un'economia chiusa senza spesa pubblica, in cui quindi il PIL (Y) è la somma di consumi (C) ed investimenti (I). Come sarà legata la crescita del PIL a quella delle sue componenti? Una prima scomposizione si ottiene banalmente:

$$\begin{aligned}
\widehat{Y}_t &= \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}} \\
&= \frac{\Delta (C_t + I_t)}{Y_{t-1}} \\
&= \frac{\Delta C_t}{Y_{t-1}} + \frac{\Delta I_t}{Y_{t-1}}.
\end{aligned} \tag{2.2.2}$$

ma non è tuttavia molto interessante. Le variazioni assolute di consumi ed investimenti sono infatti relative all'intero PIL, e quindi i rapporti della (2.2.2) non sono tassi di crescita. Basta comunque dividere e moltiplicare ciascuna frazione per il rispettivo livello iniziale per ottenere la scomposizione desiderata:

$$\begin{aligned}
\widehat{Y}_t &= \frac{\Delta C_t}{Y_{t-1}} + \frac{\Delta I_t}{Y_{t-1}} \\
&= \left(\frac{C_{t-1}}{Y_{t-1}}\right)\frac{\Delta C_t}{C_{t-1}} + \left(\frac{I_{t-1}}{Y_{t-1}}\right)\frac{\Delta I_t}{I_{t-1}} \\
&= \alpha_{t-1}\widehat{C}_t + (1-\alpha_{t-1})\widehat{I}_t
\end{aligned}$$

dove $\alpha_{t-1} = C_{t-1}/Y_{t-1}$ è il peso dei consumi sul PIL al tempo $t-1$ ed $(1-\alpha_{t-1})$ quello degli investimenti. Quindi, il tasso di crescita del PIL è una media ponderata dei tassi di crescita di consumi ed investimenti. Questo esempio suggerisce la regola generale che:

il tasso di crescita di una somma di variabili è una media ponderata dei tassi di crescita degli addendi.

I prodotti dei tassi di crescita per i relativi pesi sono detti contributi alla crescita*.*

Notare che i contributi alla crescita possono anche essere negativi, nei casi in cui la crescita di una componente od il suo peso lo siano. Ad esempio, in una economia aperta $Y = C + I + X - M$, dove X ed M sono rispettivamente esportazioni ed importazioni. Quindi la scomposizione della crescita deve essere generalizzata come

$$\widehat{Y}_t = \frac{\Delta C_t}{C_{t-1}}\frac{C_{t-1}}{Y_{t-1}} + \frac{\Delta I_t}{I_{t-1}}\frac{I_{-1t}}{Y_{t-1}} + \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}}\frac{X_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{\Delta M_t}{M_{t-1}}\frac{M_{t-1}}{Y_{t-1}}.$$

ed il contributo alla crescita delle importazioni è dato dal prodotto del suo tasso di crescita, $\Delta M_t/M_{t-1}$, per la sua quota rispetto al PIL, M_t/Y_{t-1}, presa con il segno negativo. Infatti, quanto più la crescita della domanda (consumi, investimenti, esportazioni) sarà soddisfatta dalla crescita delle importazioni tanto *meno* crescerà l'offerta interna, e quindi il PIL. In altri termini, le importazioni danno un contributo *negativo* alla crescita del PIL.

E' importante sottolineare come nell'interpretazione dei dati sulla crescita sia necessario fare attenzione sia alla dinamica delle varie componenti che al loro peso. Le componenti del PIL con dinamica più variabile sono infatti investimenti, esportazioni ed importazioni; una superficiale osservazione dei loro tassi di crescita assieme a quello del PIL, ad esempio con un grafico, potrebbe quindi suggerire che essi ne spieghino la gran parte della variabilità. Tuttavia, queste componenti rappresentano nel complesso solamente una piccola quota del PIL, che è composto in parte prevalente (circa l'80%) di Consumi. Come risulta evidente dai calcoli della tav. 1, sono questi ultimi a determinarne in modo cruciale la dinamica.

Tav. 1 Calcolo dei contributi alla crescita del PIL in Italia, 2007-2008

	C	*I*	*X*	*M*	*totale*	*Y*
2007	1,212	337	448	452		1,545
2008	1,247	333	453	461		1,572
crescita 2007-2008 (%)	2.89	−1.19	1.12	1.99		**1.75**
peso sul PIL (2007)	0.78	0.22	0.29	−0.29	1	
contributo alla crescita (%)	2.27	−0.26	0.32	−0.58	**1.75**	

Aggregati in miliardi di Euro correnti

E' importante ricordare che questo metodo di calcolo dei contributi alla crescita parte dal conto risorse-impieghi finali, quindi assume additività delle componenti, e quindi non è valido nel caso di serie a prezzi di riferimento costanti ottenute utilizzando per la deflazione indici concatenati[1]. Per questo motivo nell'esempio abbiamo utilizzato aggregati a prezzi correnti, le cui variazioni non hanno in realtà alcun interesse dal punto di vista dell'analisi economica.

Un ultimo punto riguarda la presentazione dei dati. Nella tav. 1 per mettere in evidenza che si tratta di una scomposizione esatta abbiamo utilizzato tassi di crescita percentuali con due decimali, affermando implicitamente che ci sia una differenza significativa tra una crescita dell'1.75% ed una, ad esempio, dello 1.74%. E' ragionevole? Per rispondere basta pensare che lo 0.01% del PIL del 2007 equivale a poco meno di 150 milioni di Euro, ovvero 2.50 Euro pro capite: è ovvio che è assurdo immaginare che i dati di contabilità nazionale siano stimati con un tale precisione. Per delle tabelle descrittive è quindi opportuno utilizzare un'approssimazione al primo decimale, riportando per il tasso di crescita del PIL, in effetti pari a 1.748%, il valore di 1.7%.

2.2.4 I contributi alla crescita di un tasso aggregato

L'idea di scomporre una variazione in una somma di contributi attribuili all'azione di diversi fattori si può applicare anche in altri contesti. Un caso è quello delle analisi del mercato del lavoro, in cui viene fatto ampio uso di rapporti che misurano l'incidenza di una specifica condizione sulla popolazione: ad esempio, il tasso di disoccupazione (u) è definito[2] come il numero dei disoccupati (D; in sostanza, coloro che non hanno un lavoro e lo stanno cercando) diviso le forze di lavoro (FL; la somma di occupati, coloro che lavorano, e disoccupati):

$$u_t = \frac{D_t}{FL_t}$$

[1]In questi casi bisogna utilizzare formule generalizzate come ad esempio quella Eurostat, che definisce il contributo per la componente Z come $(Z_{t-1,t} - Z_{t-1,t-1})/PIL_{t-1,t-1}$, dove l'aggregato Z al tempo t è valutato ai prezzi dell'anno precedente, quello al tempo $(t-1)$ ed il PIL ai prezzi correnti.

[2]Notare la diversa accezione in cui il termine tasso, che in generale significa "proporzione tra due grandezze", viene usato in questo caso (il denominatore è una parte del numeratore) e nel caso del "tasso di crescita" (il numeratore è la variazione della stessa grandezza che appare al numeratore).

Ora, se consideriamo una suddivisione in Ω classi di età possiamo facilmente vedere come il tasso di disoccupazione aggregato sia una media ponderata di quelli specifici di ciascuna classe di età, con pesi le quote delle forze di lavoro nelle varie età i ($f_{it} = FL_{it}/FL_t$):

$$\begin{aligned} u_t &= \frac{\sum_{i=1}^{\Omega} D_{it}}{FL_t} \\ &= \sum_{i=1}^{\Omega} \frac{D_{it}}{FL_{it}} \frac{FL_{it}}{FL_t} \\ &= \sum_{i=1}^{\Omega} u_{it} f_{it}. \end{aligned}$$

Questo ci permette con alcuni semplici passaggi di scomporre la variazione assoluta del tasso aggregato tra due periodi, $\Delta u_t = u_t - u_{t-1}$, in due *contributi alla crescita*: da una parte, l'effetto dei cambiamenti dei tassi specifici data la struttura della popolazione, e dall'altra, l'effetto dei cambiamenti demografici dati la struttura dei tassi specifici.

Infatti, scrivendo $u_{it} = u_{it-1} + \Delta u_{it}$ ed analogamente per f_{it} :

$$\begin{aligned} u_t &= \sum_{i=1}^{\Omega} (u_{it-1} + \Delta u_{it})(f_{it-1} + \Delta f_{it}) \\ &= \sum_{i=1}^{\Omega} (u_{it-1} f_{it-1} + f_{it-1} \Delta u_{it} + u_{it-1} \Delta f_{it} + \Delta u_{it} \Delta f_{it}) \end{aligned}$$

Poiché l'ultimo termine della sommatoria è di un ordine di grandezza inferiore ai primi due sarà generalmente trascurabile (ad esempio, se $\Delta u_{it} = \Delta f_{it} = 0.10$ avremo $\Delta u_{it} \Delta f_{it} = 0.01$), e possiamo concludere che

$$\Delta u_t = \sum_{i=1}^{\Omega} f_{it-1} \Delta u_{it} + \sum_{i=1}^{\Omega} u_{it-1} \Delta f_{it}.$$

La variazione del tasso aggregato è quindi pari alla somma di due componenti costruite fissando al livello iniziale rispettivamente la struttura demografica (la prima) e quella della disoccupazione (la seconda). Più precisamente:

- la prima, $\sum_{i=1}^{\Omega} f_{it-1} \Delta u_{it}$, coglie gli effetti della variazione dei tassi di disoccupazione specifici delle varie età assumendo le quote della forze di lavoro costanti ai loro livelli iniziali f_{it-1};

- la seconda, $\sum_{i=1}^{\Omega} u_{it-1} \Delta f_{it}$, coglie gli effetti dei cambiamenti nella struttura per età delle forze di lavoro assumendo che i tassi di disoccupazione delle varie età siano fissati ai valori iniziali u_{it-1}.

Un semplice esempio può aiutare a chiarire l'utilità della scomposizione. Immaginiamo che la popolazione sia divisa in due sole classi di età, "giovani" e "vecchi". La disoccupazione, maggiore tra i "giovani" che tra i "vecchi", è costante per ciascuna classe di età nei due periodi, rispettivamente al 20% ed al 5%. Supponiamo ora che la popolazione invecchi; ad esempio, i giovani passano dal 75% della popolazione al 50%, cosicché $\Delta f_1 = -0.25, \Delta f_2 = +0.25$. Applicando la scomposizione trovata sopra possiamo calcolare facilmente la variazione del tasso di disoccupazione aggregato, che risulta pari al solo termine $\sum_{i=1}^{\Omega} u_{it-1}\Delta f_{it}$, in quanto $\Delta u_{1t} = \Delta u_{2t} = 0$ e quindi $\sum_{i=1}^{\Omega} f_{it-1}\Delta u_{it} = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta u_t &= 0.20 \times (-0.25) + 0.05 \times 0.25 \\ &= -0.05 + 0.0125 \\ &= -0.0375\end{aligned}$$

Quindi, nonostante il tasso di disoccupazione stia stabile all'interno delle due classi di età, la sua misura aggregata diminuisce, perché il peso del gruppo a bassa disoccupazione (i "vecchi") è aumentato a scapito di quello ad alta disoccupazione (i "giovani"). Valutare esclusivamente il tasso di disoccupazione aggregato porterebbe ad una valutazione totalmente errata dell'evoluzione del benessere sociale.

2.2.5 Tasso di crescita medio

Quando si osserva una variabile su un arco di tempo di più periodi è utile calcolare il *tasso di crescita medio*, ovvero la velocità di crescita costante in ogni periodo che restituisce la crescita totale effettivamente osservata. Misuriamo quest'ultima con il numero indice del valore finale rispetto a quello iniziale, $I_T = X_T/X_1$, che può essere espresso come prodotto a catena degli indici per tutte le coppie di periodi (indici a base mobile):

$$\begin{aligned}I_T &= \frac{X_T}{X_1} \\ &= \frac{X_2}{X_1}\frac{X_3}{X_2}\cdots\frac{X_T}{X_{T-1}} \\ &= \prod_{t=2}^{T}\frac{X_t}{X_{t-1}}\end{aligned}$$

A questo punto possiamo chiederci quale sia il valore dell'indice I che, realizzato in ogni coppia di anni, restituisce la stessa crescita totale dal periodo 0 al periodo T: sostituendo nella produttoria cerchiamo cioè il valore incognito I che soddisfa $I_T = \prod_{t=2}^{T} I = I^{T-1}$. Risolvendo per I la risposta è ovviamente

$$\begin{aligned}I &= \sqrt[T-1]{I_T} \\ &= \sqrt[T-1]{\frac{X_T}{X_1}}.\end{aligned}$$

Il significato logico di questa soluzione è reso evidente da un ulteriore passaggio, sostituendo ad X_T/X_1il prodotto a catena degli indici per tutti i periodi, per cui $I = \sqrt[T-1]{X_t/X_{t-1}}$. Questo rende evidente come l'indice medio I non sia altro che la media geometrica degli indici per tutti i periodi.

Una volta calcolato l'indice medio sottraendo 1 si ottiene il tasso di crescita medio, spesso indicato con g (dall'iniziale del termine inglese *growth*):

$$\begin{aligned} g &= I - 1 \\ &= (\sqrt[T-1]{\frac{X_T}{X_1}}) - 1 \end{aligned}$$

Notare che (ovviamente!) il numero di periodi per i quali osserviamo la crescita è uno in meno delle osservazioni totali.

Esempio

t	1	2	3	4	5
X_t	100	102	104	103	105
X_t/X_{t-1}	–	1.02	1.02	0.99	1.019
$\Delta X_t/X_{t-1}$	–	0.02	0.02	-0.01	0.019

- Crescita totale: misurata da $I_5 = X_5/X_1 = 105/100 = 1.05$: il livello finale è il 105% di quello iniziale
- Indice medio annuo: $I = \sqrt[4]{X_5/X_1} = \sqrt[4]{1.05} = 1.01227$.
- tasso di crescita medio annuo:

$$\begin{aligned} g &= \sqrt[4]{X_5/X_1} - 1 \\ &= \sqrt[4]{1.05} - 1 \\ &= 1.01227 - 1 \\ &= 1.227\% \end{aligned}$$

  Interpretazione: se in ognuno dei quattro periodi X fosse cresciuta ad un tasso del 1.227% il livello finale sarebbe stato identico a quello effettivamente raggiunto.

E' interessante notare che esistono altri due modi, ambedue sbagliati, che possono apparire naturali per calcolare la crescita media. Il primo è calcolare la *media aritmetica dei tassi di crescita*. La crescita media *non* è uguale alla media dei tassi di crescita!

Consideriamo un semplice esempio su tre periodi, e scriviamo il livello raggiunto al tempo t in funzione del livello di partenza e del tasso di crescita:

$$\begin{aligned} X_t &= X_{t-1} + \Delta X_t \\ &= X_{t-1}(1 + \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}}) \\ &= X_{t-1}(1 + g_t) \end{aligned}$$

Sostituendo analogamente per X_{t-1} e poi per X_{t-2} abbiamo

$$\begin{aligned} X_t &= X_{t-2}(1 + g_{t-1})(1 + g_t) \\ &= X_{t-2}(1 + g_{t-1} + g_t + g_{t-1}g_t) \\ &= X_{t-3}(1 + g_{t-2})(1 + g_{t-1} + g_t + g_{t-1}g_t) \\ &= X_{t-3}(1 + g_{t-2} + g_{t-1} + g_t + g_{t-2}g_{t-1} + g_{t-2}g_t + g_{t-2}g_{t-1}g_t). \end{aligned} \tag{2.2.3}$$

perciò

$$\frac{X_t}{X_{t-3}} = 1 + g_{t-2} + g_{t-1} + g_t + g_{t-2}g_{t-1} + g_{t-2}g_t + g_{t-2}g_{t-1}g_t. \qquad (2.2.4)$$

La (2.2.4) mette in evidenza come la crescita totale dipenda non solo dalla somma dei tassi di crescita annuali $(g_{t-2}+g_{t-1}+g_t)$ ma anche dalla loro interazione $(g_{t-2}g_{t-1}+g_{t-2}g_t+g_{t-2}g_{t-1}g_t)$. La media aritmetica $\overline{g} = (g_{t-2}+g_{t-1}+g_t)/3$ ignora completamente questo effetto di composizione, ed è quindi palesemente sbagliata.

Il secondo modo sbagliato (benchè ingannevolemente naturale) di valutare la crescita media è *dividere la crescita relativa tra il primo e l'ultimo periodo per il numero di periodi.* Nel caso del nostro esempio su tre anni,

$$\overline{g}_{tot} = \frac{1}{3}\left(\frac{X_t - X_{t-3}}{X_{t-3}}\right)$$

Sostituendo per la crescita relativa dalla (2.2.4) possiamo però vedere che c'è qualcosa di strano:

$$\overline{g}_{tot} = \frac{1}{3}\left(g_{t-2} + g_{t-1} + g_t + g_{t-2}g_{t-1} + g_{t-2}g_t + g_{t-2}g_{t-1}g_t\right)$$

la somma si estende infatti su sei termini, che vengono divisi per tre. Che senso ha? In effetti, nessuno.

In tutti e due i casi l'errore deriva dal voler sintetizzare il risultato di una moltiplicazione, perchè tale è la crescita relativa: $X_t = X_{t-1} \times (1 + g_t)$, con la media aritmetica, basata sulla una somma. In questo modo viene ignorato l'effetto di *composizione*, ovvero l'interazione tra i tassi di crescita. L'analogia con la matematica finanziaria può aiutare: il tasso d'interesse semplice è quello che si ha ricevendo ad ogni periodo gli interessi sul solo capitale iniziale, quello composto quando questi sono pagati oltre che sul capitale iniziale anche sugli interessi precedentemente incassati. Nel caso di variabili economiche il tasso di crescita rilevante è quello composto.

2.2.6 Misure della crescita con dati ad alta frequenza

Nel caso di dati rilevati con frequenza trimestrale o mensile vengono utilizzati diverse definizioni di crescita: innanzitutto *congiunturale* e *tendenziale,* a cui si aggiungono quella *annualizzata* ed *acquisita.* Vediamole in dettaglio.

La crescita *congiunturale* ha lo scopo di misurare la velocità corrente della crescita[3], misurandola con il tasso di crescita tra il periodo corrente rispetto al precedente. Per un anno t ed un periodo m:

$$\widehat{X}_{t:m}^{cong} = \frac{X_{t:m} - X_{t:m-1}}{X_{t:m-1}},$$

I tassi di crescita *tendenziali* ed *annualizzati* sono invece utilizzati soprattutto per misurare la velocità di crescita su base annuale nel caso in cui l'anno finale non

[3]Forse per estensione del significato di "congiuntura" come "punto di congiunzione", in questo caso tra passato e futuro.

sia ancora completato (ad esempio, siamo ad Agosto 2017 e vogliamo avere un'idea della crescita su base annuale rispetto al 2016). Per raggiungere questo scopo una prima possibilità è quella di confrontare il periodo corrente, m, dell'anno in corso, t, con il medesimo periodo dell'anno precedente. In questo modo si ottiene un tasso di crescita detto *tendenziale* poiché misura la *tendenza* della crescita dall'anno passato a quello in corso in base all'ultima informazione disponibile:

$$\widehat{X}_{t:m}^{tend} = \frac{X_{t:m} - X_{t-1:m}}{X_{t-1:m}}$$

Che legame c'è tra tasso di crescita tendenziale ed annuale? E' facile vedere che il tasso di crescita annuale è la media ponderata di questi tassi di crescita tendenziali. Prendiamo il caso della serie trimestrale del PIL, per cui il dato annuale è la somma di quelli trimestrali, $Y_t = \sum_{m=1}^{4} Y_{t:m}$, ed il tasso di crescita annuale può essere scritto come:

$$\widehat{Y}_t = \frac{\sum_{m=1}^{4} Y_{t:m} - \sum_{m=1}^{4} Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}}.$$

Innanzi tutto riscriviamo la differenza delle sommatorie come sommatoria delle differenze, e quindi portiamo l'anno base dentro la sommatoria:

$$\begin{aligned}\widehat{Y}_t &= \frac{\sum_{m=1}^{4} (Y_{t:m} - Y_{t-1:m})}{Y_{t-1}} \\ &= \sum_{m=1}^{4} \frac{(Y_{t:m} - Y_{t-1:m})}{Y_{t-1}}\end{aligned}$$

Dividendo e moltiplicando ciascun addendo per $Y_{t-1:m}$ otteniamo proprio la media ponderata dei tassi tendenziali, come desiderato:

$$\begin{aligned}\widehat{Y}_t &= \sum_{m=1}^{4} \frac{(Y_{t:m} - Y_{t-1:m})}{Y_{t-1:m}} \frac{Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}} \\ &= \sum_{m=1}^{4} \widehat{Y}_{t:m}^{tend} \frac{Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}}.\end{aligned}$$

Un secondo modo di valutare la crescita annuale sulla base di un dato parziale sul secondo anno è estendere ad esso la crescita dell'ultimo periodo noto, calcolando il cosiddetto *tasso di crescita annualizzato*.

Se si hanno N periodi nell'anno ($N = 4$ per dati trimestrali, $N = 12$ per dati mensili, ecc.):

$$\begin{aligned}\widehat{X}_{t:m}^{Ann} &= \left(\widehat{X}_{t:m}^{cong} + 1\right)^N - 1 \\ &\simeq N\left(\widehat{X}_{t:m}^{cong}\right)\end{aligned}$$

dove la forma approssimata viene a volte indicata come "approssimazione lineare del tasso di crescita annualizzato", perché equivale a definire il tasso di crescita annuale come la somma di quelli congiunturali. Notare che l'anno di partenza,

$t-1$, entra nel calcolo solamente se $m = 1$, in quanto il tasso di crescita congiunturale è calcolato rispetto all'ultimo periodo di tale anno; per $m > 1$ il tasso annualizzato dipende unicamente dall'andamento nell'anno t. In ogni caso, lo scopo è in sostanza quello di facilitare la valutazione del tasso di crescita congiunturale riportandolo a base annuale, rispondendo quindi alla domanda "dato il tasso di crescita congiunturale $\widehat{X}_{t:m}^{cong}$, quale sarebbe la crescita annuale se le cose continuassero così?". Ovviamente, soprattutto con dati mensili, è necessaria molta cautela nell'uso di questa misura, in quanto si rischia di amplificare in maniera esagerata variazioni influenzate da fattori eccezionali che non ha senso ipotizzare si perpetuino per un intero anno.

La *crescita acquisita* si ottiene applicando l'ipotesi esattamente opposta, ovvero ponendoci la domanda "quale sarebbe la crescita annuale se nel resto dell'anno essa si annullasse?", ovvero, secondo la definizione Istat:

> "la crescita *annuale* che si otterrebbe in presenza di una variazione *congiunturale* nulla nei restanti trimestri dell'anno."

Supponiamo ad esempio di essere nel terzo trimestre dell'anno t. Conosciamo il livello del PIL dell'anno $(t-1)$ e quello dei primi due trimestri dell'anno corrente, e ci domandiamo: se il livello del PIL nei due restanti trimestri di quest'anno (terzo e quarto) sarà uguale a quello del secondo quale sarà la crescita annuale tra t e $(t-1)$? Definendo questa crescita annuale acquisita come $\widehat{Y}_t^{a,2}$:

$$\widehat{Y}_t^{a,2} = \frac{\overbrace{(Y_{t:1} + Y_{t:2})}^{\text{PIL effettivo}} + \overbrace{2 \times Y_{t:2}}^{\text{PIL ipotizzato}}}{Y_{t-1}} - 1$$

Quindi, in generale, con dati a frequenza trimestrali la crescita acquisita ad un periodo m sarà quindi pari a:

$$\widehat{Y}_t^{a,m} = \frac{\overbrace{\sum_{q=1}^{m} Y_{t:q}}^{\text{PIL effettivo}} + \overbrace{(4-m) \times Y_{t:m}}^{\text{PIL ipotizzato}}}{Y_{t-1}} - 1$$

Riassumendo:

- la crescita *tendenziale* confronta i dati relativi a due periodi omologhi all'interno di due anni, ignorandone gli altri;

- la crescita *annualizzata* estende all'intero anno la velocità registrata nell'ultimo periodo dell'anno in corso;

- la crescita *acquisita* è calcolata sotto l'ipotesi che la crescita dell'anno in corso sia concentrata interamente nella parte di anno già trascorsa, e quindi che i flussi dei periodi futuri siano pari all'ultimo dato noto[4].

[4]Nel caso del primo mese o trimestre dell'anno, pari all'ultimo dato dell'anno precedente.

2.2.7 Elasticità

E' il rapporto tra la crescita di una variabile e quella di un'altra, che implicitamente si assume esserne la causa; misura quindi la variazione della prima a seguito di una variazione unitaria della seconda:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xy} &= \frac{\Delta Y_t / Y_{t-1}}{\Delta X_t / X_{t-1}} \\ &\simeq \frac{\Delta \ln(Y_t)}{\Delta \ln(X_t)}\end{aligned}$$

Esempio: elasticità quantità-prezzo

t	P_t	$\frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}$	$\Delta \ln(P_t)$	Q_t	$\frac{\Delta Q_t}{Q_{t-1}}$	$\Delta \ln(Q_t)$	$\frac{\Delta Q_t/Q_{t-1}}{\Delta P_t/P_{t-1}}$	$\frac{\Delta \ln(Q_t)}{\Delta \ln(P_t)}$
1	100	–	–	100	–	–	–	–
2	110	0.10	0.095	95	−0.05	−0.051	−0.50	−0.54

Interpretazione: l'elasticità della quantità Q rispetto al prezzo P è pari a –0.50; di conseguenza, un aumento dell'1% dei prezzi provoca, *a parità di tutti gli altri fattori*, una flessione dello 0.5% delle quantità scambiate.

Commenti

(a) Poiché nell'esempio la variazione dei prezzi è relativamente elevata la formula basata sull'approssimazione logaritmica ha un errore non del tutto trascurabile (0.04 su 0.50).

(b) La clausola “a parità di tutti gli altri fattori” è un elemento fondamentale di ogni ragionamento economico. In questo caso si sta cercando di stimare il legame che esiste tra la crescita del prezzo e quella delle quantità: ovviamente, una tale stima può avere senso solo se nei periodi presi in esame non sono cambiate le altre condizioni che possono influenzare la domanda del bene in oggetto, come i prezzi di altri beni ed il reddito degli acquirenti.

2.3 Trasformazioni di numeri indici

2.3.1 Calcolo numeri indici annuali a partire da indici mensili

Molte serie storiche di grande importanza nell'analisi economica empirica sono espresse sotto forma di numeri indici: ad esempio, gli indici dei prezzi al consumo e quelli della produzione industriale. Può accadere che i dati a disposizione siano a frequenza mensile, ma che per la natura dello studio si preferisca avere dati a frequenza annuale. Come si procede in tali casi? Definiamo NI^A_{01} l'indice dei prezzi annuale per l'anno 1 rispetto all'anno 0, ottenuto come media con pesi dell'anno 0 degli N indici di prezzo per i vari beni calcolati come rapporti dei prezzi medi dell'anno 1 e dei prezzi di dicembre dell'anno 0:

$$NI_{01}^{A} = \sum\nolimits_{j=1}^{N} \left(\frac{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

poiché i numeratori non dipendono dal mese m possiamo riscrivere l'indice annuale come

$$NI_{01}^{A} = \sum\nolimits_{j=1}^{N} \left(\frac{1}{12}\sum\nolimits_{m=1}^{12} \frac{p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

e scambiando di ordine le sommatorie ottenere infine

$$NI_{01}^{A} = \frac{1}{12}\sum\nolimits_{m=1}^{12} \left[\sum\nolimits_{j=1}^{N} \left(\frac{p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0} \right]$$

ovvero la media degli indici mensili:

$$NI_{01}^{A} = \frac{1}{12}\sum\nolimits_{m=1}^{12} I_{1:m}.$$

2.3.2 Inflazione propria, ereditata ed acquisita

Poiché, come abbiamo appena visto, l'indice annuale è la media di quelli mensili, per misurare la crescita dei prezzi su base annuale non facciamo altro che confrontare le medie degli indici nei due anni, ovviamente previo concatenamento di quello del secondo anno per riportarlo alla stessa base di quello del primo. Vedremo che proprio questa operazione esplicita un aspetto di cui è necessario tenere conto in questo confronto, ovvero il ruolo della dinamica inflazionistica durante l'anno di partenza. Vediamo i dettagli.

L'indice che misura la crescita dei prezzi su base annuale (I^a) è dato da

$$I_{t+1}^{a} = \frac{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{j} I_{t:12} I_{t+1:m}}{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{t:m}}$$

che possiamo riorganizzare come

$$= \underbrace{\left[\frac{1}{12}\sum\nolimits_{m=1}^{12} I_{t+1:m} \right]}_{\text{indice inflazione } \textit{propria}} \underbrace{\left[\frac{I_{t:12}}{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{t:m}} \right]}_{\text{indice inflazione } \textit{ereditata}}.$$

Il primo termine è semplicemente la media annuale degli indici dell'anno $(t+1)$ in base $(t:12)$, quindi misura la crescita dei prezzi effettivamente registrata nell'anno $(t+1)$,e prende perciò il nome di *inflazione propria.* Il secondo termine misura invece la differenza tra la media annuale dell'anno t ed il valore finale in $(t:12)$, base di calcolo per gli indici dell'anno $(t+1)$. Poichè dipende dalla dinamica dell'inflazione nel corso dell'anno *precedente* prende il nome di *inflazione ereditata.* Per le proprietà note, a questa scomposizione moltiplicativa nei livelli corrisponde una analoga scomposizione additiva nei tassi di crescita: il tasso di inflazione su base annuale, ovvero il tasso di crescita di I^a, è pari alla somma del tasso di inflazione proprio, la variazione relativa di $\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{t+1:m}$, e del tasso di inflazione ereditato, la variazione relativa di $I_{t:12}/\left(\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{t+1:m}\right)$.

Concludendo, bisogna notare un apparente paradosso: il confronto tra le medie annuali degli indici mensili potrebbe indicare presenza di inflazione ($I^a_{t+1}> 1$) anche se nel corso dell'anno $(t + 1)$ i prezzi non sono cresciuti, cioé se il primo termine è pari a 1. Perché questo accada è sufficiente che il valore dell'indice in $(t : 12)$ sia maggiore della sua media su tutto l'anno t, e quindi il secondo termine maggiore di 1.

Questo rilievo suggerisce il concetto di *inflazione acquisita*, ovvero il tasso di inflazione annuale calcolato in un dato mese ipotizzando che nel resto dell'anno i prezzi siano costanti. Nel caso particolare in cui il calcolo viene effettuato all'inizio dell'anno $(t + 1)$ si parla anche di *trascinamento.*

Più precisamente, secondo la definizione Istat, l'inflazione acquisita

> *rappresenta la variazione media dell'indice nell'anno indicato, che si avrebbe ipotizzando che nella restante parte dell'anno l'indice stesso rimanga al medesimo livello dell'ultimo dato mensile disponibile.*

2.3.3 Cambiamento di base

Anche nel caso di indici a base fissa spesso accade che durante il periodo oggetto di studio la base possa cambiare. Ad esempio, nella prima colonna della tav. 1 possiamo vedere come la base del Numero Indice del costo di costruzione di un fabbricato residenziale sia stata 1995=100 dal 1999 al 2002 , per passare poi a 2000=100 nel 2003. Questo cambiamento dell'unità di misura rende i dati 1999-2002 non confrontabili con quelli 2003-2004: non è quindi possibile calcolare la crescita tra il 2002 ed il 2003, né tanto meno quella complessiva sull'intero periodo 1999-2004. Per farlo è necessario esprimere tutta la serie come indici nella stessa base. E' possibile? Sì, perché disponiamo del valore della nuova unità di misura (il livello dei prezzi del 2000) nei termini della vecchia (il livello dei prezzi del 1995). Per capire meglio cosa bisogna fare consideriamo il caso di un indice semplice di prezzo, calcolato prima rispetto ad una base a e quindi rispetto ad una nuova base b. Se moltiplichiamo un generico valore dell'indice calcolato rispetto alla nuova base, P_t/P_b, per l'indice della nuova base rispetto alla vecchia, P_b/P_a, otteniamo esattamente l'indice del periodo t rispetto alla vecchia base a:

$$\frac{P_t}{P_b}\frac{P_b}{P_a} = \frac{P_t}{P_a}$$

Ovviamente nel caso di indici complessi, ovvero medie ponderate con dei pesi θ, questo non sarà aritmeticamente vero, ma il principio applicato è il medesimo. Definendo I^b_t l'indice per il periodo t in base b :

$$\begin{aligned} I^b_t I^a_b &= \left(\sum_{j=1}^{N}\theta_{jb}\frac{P_t}{P_b}\right)\left(\sum_{j=1}^{N}\theta_{ja}\frac{P_b}{P_a}\right) \\ &\simeq I^a_t \\ &= \sum_{j=1}^{N}\theta_{ja}\frac{P_t}{P_a} \end{aligned}$$

Nel nostro caso ad esempio per il dato del 2003 abbiamo quindi

$$I_{2003}^{2000} I_{2000}^{1995} \simeq I_{2003}^{1995} \tag{2.3.1}$$

In sostanza moltiplichiamo i dati del 2003 e 2004 per l'indice del 2000 in base 1995 (indicato in grassetto nella tavola), per ottenere la serie completa in base 1995=100, riportata nella seconda colonna.

Supponiamo ora di voler calcolare il Numero Indice del 2003 rispetto ad una qualsiasi base, ad esempio 1999, diversa dalle due basi ufficiali della serie 1995 e 2000. Poiché il dato del 2003 è pubblicato in base 2000 l'operazione da fare può essere intuitivamente descritta come spostare la base indietro dal 2000 fino al 1995, poi tornare avanti fino al 1999. Riprendendo la relazione approssimata (2.3.1):

$$\begin{aligned} I_{2003}^{1999} &\simeq I_{2003}^{1995} I_{1995}^{1999} \\ &\simeq \left(I_{2003}^{2000} I_{2000}^{1995}\right) I_{1995}^{1999} \end{aligned}$$

Quindi, prima moltiplichiamo l'indice del 2003 in base 2000 per quello del 2000 in base 1995, in modo da calcolare la crescita totale dal 1995 al 2003, e poi lo moltiplichiamo per quello del 1995 in base 1999. Lo scopo di questa seconda moltiplicazione è evidente notando l'inversione tra anno di interesse e base, che è successiva: nel caso tipico di prezzi crescenti questo indice sarà minore di 1. Quindi, moltiplicando $(I_{2003}^{2000} I_{2000}^{1995})$ per I_{1995}^{1999} otteniamo l'effetto di "tornare indietro", eliminando la crescita dal 1995 al 1999. Ovviamente, I_{1995}^{1999} non è disponibile in quanto tale, ma I_{1999}^{1995} sì, quindi l'operazione da effettuare in pratica è:

$$\begin{aligned} I_{2003}^{1999} &\simeq \frac{I_{2003}^{2000} I_{2000}^{1995}}{I_{1999}^{1995}} \\ &= \frac{1.095 \times 1.077}{1.046} \times 100 \\ &= 112.7 \end{aligned}$$

2.4 Trend, Cicli e Stagionalità

2.4.1 Un modello a componenti latenti delle serie storiche economiche stagionali

Osservando il grafico della serie delle ore lavorate in Italia tra il 1980:I ed il 2011:II (Fig. 2.4.1) possiamo notare tre caratteristiche fondamentali:

1. una tendenza di fondo crescente.

2. sovrapposte alla tendenza di fondo, delle fluttuazioni che si esauriscono nell'arco di qualche anno, generando dei minimi e massimi relativi. Ad esempio, il 1993 ed il 2007 sono dei massimi relativi rispettivamente per il periodo 1980-1995 e 1995-2010.

Figura 2.4.1: Milioni di ore lavorate nell'economia italiana, 1980:I-2011:III. Fonte:I.stat.

3. all'interno di ciascun anno, ampie variazioni da un trimestre all'altro. In ogni anno il massimo è sempre nel trimestre aprile-giugno, quando numerose occupazioni stagionali in agricoltura e turismo si aggiungono all'attività usuale, ed il minimo in quello luglio-settembre, per effetto delle ferie estive tradizionalmente concentrate nel mese di agosto.

Questa struttura è tipica delle serie storiche economiche, tanto che è stata formalizzata definendo delle componenti latenti (cioè non osservate) che colgono rispettivamente ciascuna delle tre caratteristiche:

1. *Trend* (in genere indicato dal simbolo *T)*. Riassume le spinte provenienti da cambiamenti strutturali dei sistemi economici: cambiamenti demografici, progresso tecnico. Si assume quindi implicitamente un andamento piuttosto liscio, privo di brusche variazioni da un'osservazione ad un'altra.

2. *Ciclo* (C). Come già accennato, riassume la variazioni che si esauriscono nell'arco di qualche anno, generando dei minimi e massimi relativi.

3. *Stagionalità* (S). Riassume le variazioni dovute alle caratteristiche tipiche di ogni periodo dell'anno, che quindi si ripetono in modo sostanzialmente uguale ogni anno.

Per capire meglio il significato delle varie componenti consideriamo un esempio artificiale, che ci permetterà di fare il processo inverso, ovvero ottenere la serie come somma delle componenti. Un comportamento periodico, ovvero con valori uguali che si ripetono ad intervalli regolari nel tempo, può essere facilmente generato dalle funzioni seno e coseno. Dato che queste due funzioni hanno le stesse proprietà ci concentriamo per semplicità solamente sulla seconda. Il punto di partenza è che $y(x) = cos(x) = cos(x + k2\pi)$, dove $x \in [0, 2\pi]$ è l'angolo misurato in radianti: la funzione coseno ha infatti periodo pari a 2π, perché tutti i multipli di 2π rappresentano lo stesso angolo. Ne segue che la funzione coseno definita sul tempo come $y(t) = cos((2\pi/\omega)t)$ ha periodo pari a ω. Consideriamo infatti due periodi, t e $t' = t + k\omega$; nel secondo periodo la funzione vale

$$\begin{aligned} y(t') &= cos(\frac{2\pi}{\omega}(t + k\omega)) \\ &= cos(\frac{2\pi}{\omega}t + \frac{2\pi}{\omega}k\omega) \\ &= cos(\frac{2\pi}{\omega}t + k2\pi) \\ &= cos(\frac{2\pi}{\omega}t) \\ &= y(t) \end{aligned}$$

Quindi, ipotizzando frequenza mensile, fluttuazioni stagionali, ovvero di periodo 12, possono essere generate da una funzione $cos((2\pi/12)t)$. Per serie trimestrali la funzione sarà $cos((2\pi/4)t)$, ecc. Sfruttando il fatto che le funzioni seno e coseno hanno andamento uguale e sfalsato di $\pi/2$ possiamo ottenere un andamento più smussato definendo la componente stagionale S come:

$$S = \alpha_1 \cos(\gamma_1 t) + \beta_1 \sin(\gamma_1 t),\ \ \gamma_1 = 2\pi/12 \tag{2.4.1}$$

dove le costanti α_1 e β_1 possono essere variate a piacere. Analogamente, con serie mensili un ciclo con periodo di 5 anni (cioè 60 mesi) può essere generato da una funzione C definita come:

$$C = \alpha_2 \cos(\gamma_2 t) + \beta_2 \sin(\gamma_2 t),\ \ \gamma_2 = 2\pi/60 \tag{2.4.2}$$

Fissando $\alpha_1 = \beta_1$ =10, $\alpha_2 = \beta_2$ =20 e ipotizzando dati a frequenza mensile dal 1980:1 a 1990:12 otteniamo le serie storiche delle Fig. 2.4.2 e 2.4.3, che sommate forniscono la funzione della Fig. 2.4.4. Se a questa aggiungiamo un trend deterministico lineare $T = 1, 2, \ldots$, otteniamo infine una funzione crescente, con sovrapposti due cicli di periodo 12 e 60 osservazioni (Fig. 2.4.5).

A questo punto lo scopo di questa laboriosa costruzione dovrebbe essere chiaro: sommando delle componenti con comportamento ciclico di diverso periodo siamo riusciti a ottenere una funzione con andamento molto simile a quello delle ore lavorate. In effetti, vista la semplicità del procedimento, possiamo dire sorprendentemente simile. Ciò suggerisce che un *modello*, ovvero una rappresentazione semplificata del meccanismo generatore dei dati, che ipotizzi componenti latenti di caratteristiche periodiche possa avere un'utilità generale per serie, come quella delle ore lavorate, che mostrano un andamento di fondo a cui sono sovrapposte delle fluttuazioni cicliche.

Ovviamente, non possiamo pensare che ogni osservazione della serie sia perfettamente rappresentata dalla somma di trend, ciclo e stagionalità, perché i sistemi economici sono sottoposti anche a continui disturbi che possono essere considerati casuali, cioè non legati tra di loro od alle varie componenti latenti (ad esempio,

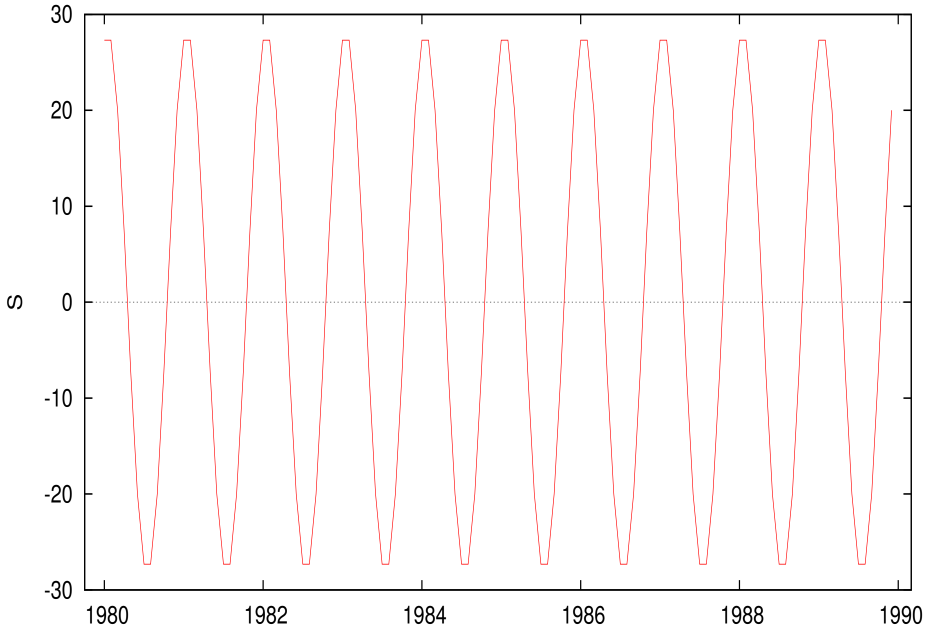


Figura 2.4.2: Funzione $S = \alpha_1 \cos(\gamma_1 t) + \beta_1 \sin(\gamma_1 t)$

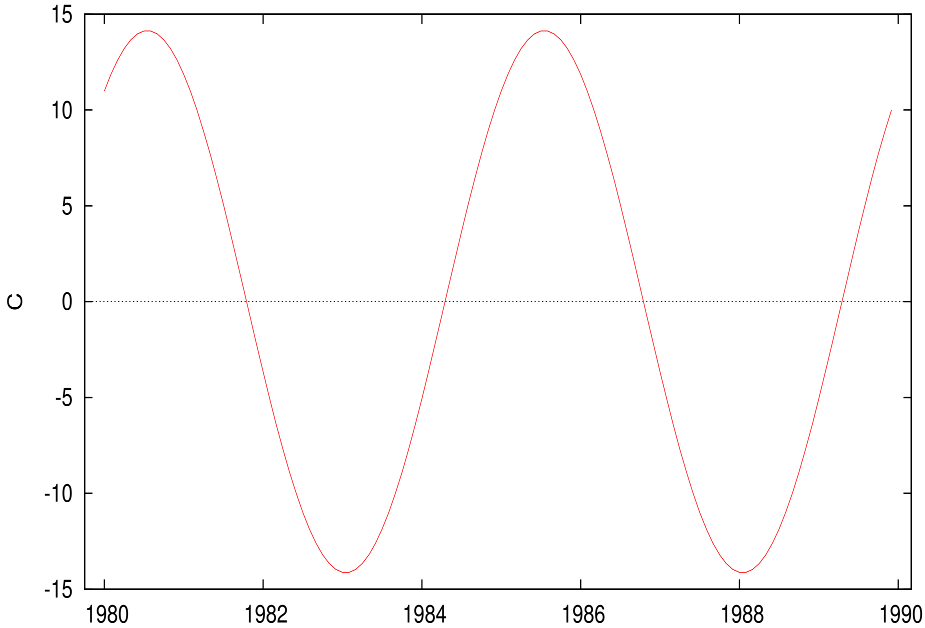


Figura 2.4.3: Funzione $C = \alpha_2 \cos(\gamma_1 t) + \beta_2 \sin(\gamma_1 t)$

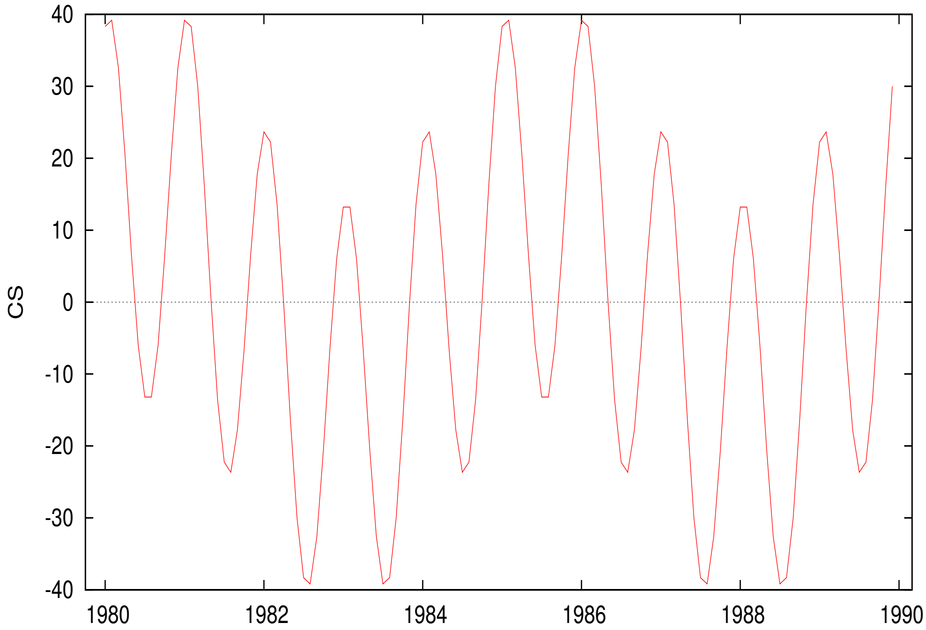


Figura 2.4.4: Somma delle funzioni C ed S

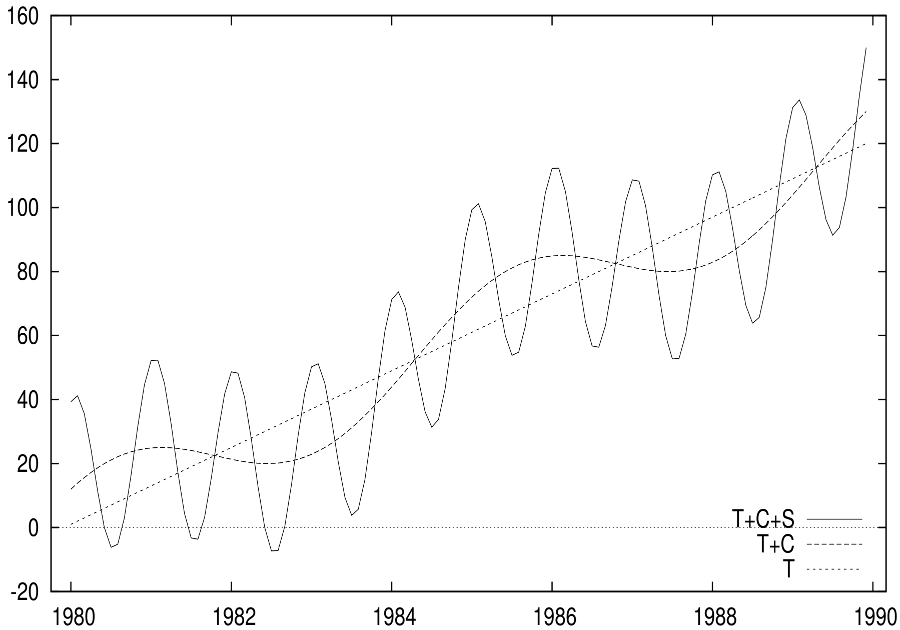


Figura 2.4.5: Funzione $T + C + S$

eventi meteorologici di particolare entità, conflitti, ecc.). Aggiungiamo quindi un termine residuale A (accidentalità), che rappresenta quanto non colto dalle altre componenti. Sotto l'ipotesi di componenti additive otteniamo quindi:

$$X_{t:m} = T_{t:m} + C_{t:m} + S_{t:m} + A_{t:m} \tag{2.4.3}$$

Ogni componente della (2.4.3) ha la dimensione di X, con segno positivo o negativo, come le funzioni trigonometriche dell'esempio discusso sopra. Ad esempio, nel caso delle ore lavorate $S_{t:m}$ avrà segno positivo per i trimestri aprile-giugno e negativo per quelli luglio-settembre. L'assunzione è che la somma degli effetti stagionali si annullino sull'arco di un anno; formalmente, per Z stagioni, $\sum_{m=1}^{Z} S_{t:m}$.

Ipotizzando invece una scomposizione moltiplicativa abbiamo:

$$X_{t:m} = T_{t:m} \times C_{t:m} \times S_{t:m} \times A_{t:m} \tag{2.4.4}$$

In questo caso solamente il trend mantiene la dimensione di X, mentre ciclo, stagionalità ed accidentalità sono numeri puri maggiori o minori di 1. L'assunzione di identificazione della stagionalità è che il prodotto sia pari ad 1 sull'arco di un anno; formalmente, $\prod_{m=1}^{Z} S_{t:m} = 1$.

Ad esempio, ipotizziamo $C_{t:m} = 1.2$, $S_{t:m} = 0.9, A_{t:m} = 1.1$, per cui $X_{t:m} = T_{t:m} \times 1.2 \times 0.9 \times 1.1$. Leggendo il prodotto a catena da sinistra a destra deduciamo che $T_{t:m} \times C_{t:m} = T_{t:m} \times 1.2$, ovvero per effetto del ciclo C nel periodo $t : m$ il valore di X è maggiore del 20% rispetto alla tendenza di fondo T. Continuando la scomposizione abbiamo che $T_{t:m} \times C_{t:m} \times S_{t:m} = (T_{t:m} \times C_{t:m}) \times 0.9$: i l'effetto della stagionalità S riduce il fenomeno del 10% rispetto a quanto determinato da trend e ciclo congiuntamente. Infine, elementi accidentali residui portano X ad essere in conclusione maggiore del 10% di quanto determinato dai tre fattori sistematici, poiché $X_{t:m} = (T_{t:m} \times C_{t:m} \times S_{t:m}) \times 1.10$. Nella serie delle ore lavorate della Fig. 2.4.1 una struttura del genere si potrebbe trovare in uno dei trimestri estivi (stagione di minore attività rispetto alle altre stagioni per la concentrazione delle ferie di molte aziende) dell'inizio degli anni '90 (fase di massimo relativo del ciclo 1980-95) o della metà degli anni 2000 (fase di massimo relativo del ciclo iniziato nel 1995 e concluso con la crisi *subprime* iniziata alla fine del 2007).

A questo punto sorgono naturali almeno due domande. Primo, qual è l'utilità di una tale scomposizione? Secondo, come si fa a calcolare le diverse componenti? Vediamo di rispondere nell'ordine.

L'*utilità* della scomposizione deriva dalla corrispondenza di ogni componente con diversi tipi di domande che si possono avere in mente esaminando i dati. Se ci interessa capire quale sia l'andamento di fondo (a volte si usa il termine *secolare* per sottolineare l'interesse verso la lunga durata) del fenomeno, indipendentemente da effetti che si possono esaurire nell'arco di qualche anno, o addirittura di un solo anno, dovremmo rivolgere all'attenzione alla componente T (trend), mentre C, S, A rappresentano solo un rumore che disturba l'analisi. Se invece interessa anche l'evoluzione da un anno all'altro, ma non gli effetti stagionali, ci interessa TC (detto ciclo-trend). In questo caso l'elemento di disturbo è soprattutto la stagionalità, come si può intuire facilmente osservando la Fig. 2.4.1, di difficile interpretazione a causa delle fortissime variazioni stagionali. Come già discusso, in ogni anno il massimo è nel secondo trimestre (marzo-giugno) ed il minimo in quello seguente (luglio-settembre). Quindi una caduta delle ore lavorate dal secondo al terzo trimestre non è di per sé fonte di preoccupazione; lo può tuttavia diventare se la flessione supera l'ampiezza normalmente registrata. Per valutare l'evoluzione su base annuale dovremmo quindi eliminare dai dati gli effetti stagionali, ovvero *destagionalizzarli.*

Passiamo al secondo punto. Come accennato sopra, nella realtà viene osservata la sola somma delle componenti latenti T, C, S, A. La loro *stima* è una questione in effetti complicata, che supera ampiamente i limiti di questi appunti. Noi ci limiteremo al più semplice degli approcci possibili, basato sulle *medie mobili,* ovvero medie calcolate in maniera sequenziale aggiungendo ed eliminando sistematicamente un'osservazione alla volta. Queste medie sono alla base di metodi di destagionalizzazione largamente utilizzati in passato dagli enti statistici ufficiali, in particolare attraverso il programma X-11 del *Bureau of Census* statunitense ed il suo successore X-12. Ne vedremo i dettagli nel prossimo paragrafo.

2.4.2 Le medie mobili

Data la serie X_t di lunghezza N, la serie delle medie mobili di ordine P, $MM_P(X_t)$, si ottiene calcolando per ogni t la media di P osservazioni, ovviamente con $P < N$. In sostanza l'idea è di smussare le fluttuazioni dei dati sostituendo ad ogni osservazione una media locale estesa su un certo numero di punti prima e dopo l'osservazione stessa; il numero di tali termini determina l'entità dello smussamento. Ad esempio, fluttuazioni all'interno dei vari anni (infrannuali) potranno essere eliminate prendendo delle medie su un numero di termini pari a quelli compresi in un anno. Ipotizziamo per il momento che il numero di periodi P compreso nell'anno sia dispari. In questo caso una media centrata sul periodo t ed estesa per $(P-1)/2$ osservazioni prima e dopo t includerà P periodi che coprono tutte le P stagioni, eliminando quindi le fluttuazioni tra di esse. Formalmente:

$$\begin{aligned} MM_P(X_t) &= \frac{1}{P}\textstyle\sum_{i=-(P-1)/2}^{(P-1)/2} X_{t+i} \\ &= \frac{1}{P}\left(X_{t-\frac{P-1}{2}} + X_{t-\frac{P-1}{2}+1} + \ldots + X_t + \cdots + X_{t+\frac{P-1}{2}-1} + X_{t+\frac{P-1}{2}}\right) \end{aligned}$$

Ad esempio, per $P = 3$ abbiamo $(P-1)/2 = 1$, quindi

$$MM(X_t) = \frac{1}{3}\left(X_{t-1} + X_t + X_{t+1}\right)$$

Nel caso di P pari le cose diventano leggermente più complicate, perché non è possibile avere lo stesso numero di osservazioni prima e dopo t in modo da avere una media centrata su tale periodo. Per capire questo punto dobbiamo ricordare che il tempo è una variabile di per sé continua, e che le nostre osservazioni sono collocate in specifici punti presi su questo continuo: ipotizzando una serie di T dati, questi punti sono la sequenza $1, 2, \ldots, t, \ldots T$. Ora, se prendiamo ad esempio il caso $P = 4$, ovvero la lunghezza da utilizzare per eliminare la stagionalità in dati trimestrali, avremo che la media mobile da $(t-2)$ a $(t+1)$, che possiamo indicare con $MM_4^S(X_t)$

$$MM_4^S(X_t) = \frac{1}{4}\left(X_{t-2} + X_{t-1} + X_t + X_{t+1}\right) \tag{2.4.5}$$

sarà centrata nel punto medio tra $(t-1)$ e t, cioè a sinistra di t, da cui l'esponente S. Quella tra $(t-1)$ a $(t+2)$, che indichiamo con $MM_4^D(X_t)$

$$MM_4^D(X_t) = \frac{1}{4}\left(X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + X_{t+2}\right)$$

nel punto medio tra t e $(t+1)$ (cioè a destra di t, da cui l'esponente D). Quindi, nessuna media cade esattamente in t, ma abbiamo due diverse medie che cadono in due istanti a metà tra t ed i due periodi adiacenti, uno prima e l'altro dopo. Ora, il problema è che questi punti $(t-0.5)$ e $(t+0.5)$ sono perfettamente ammissibili, ma incompatibili con la sequenza discreta di valori $(1, 2, \ldots, (t-1), t, (t+1), \ldots, T)$ in corrispondenza dei quali sono definiti i nostri dati. Il problema è ancora più chiaro se immaginiamo di effettuare i nostri calcoli su di un foglio elettronico, con i dati inseriti in una colonna. Ogni riga corrisponde quindi ad un periodo: il primo dato va nella prima riga, il secondo nella seconda, il t-mo nella t-ma, eccetera. Le righe $(t-0.5)$ e $(t+0.5)$ semplicemente non esistono! Ovviamente, c'è una soluzione semplice e naturale per avere un dato centrato esattamente su t (e sapere quindi in che cella metterlo): calcolare una ulteriore media di queste due medie, ovvero

$$\begin{aligned}
MM_4^C(X_t) &= \underbrace{\frac{1}{2}\left[\underbrace{MM_4^S(X_t)}_{\text{centrata tra } (t-1) \text{ e } t} + \underbrace{MM_4^D(X_t)}_{\text{centrata tra } t \text{ e } (t+1)}\right]}_{\text{centrata su } t} \\
&= \underbrace{\frac{1}{2}\left[\underbrace{\frac{1}{4}\left(\textstyle\sum_{i=-2}^{1} X_{t+i}\right)}_{\text{centrata tra } (t-1) \text{ e } t} + \underbrace{\left(\frac{1}{4}\textstyle\sum_{i=-1}^{2} X_{t+i}\right)}_{\text{centrata tra } t \text{ e } (t+1)}\right]}_{\text{centrata su } t}
\end{aligned}$$

dove MM_4^C indica appunto una media mobile centrata a quattro termini. Sviluppando le sommatorie ci si può rendere conto che in questo modo in effetti si calcola una media mobile ponderata, in cui le osservazioni centrali (che compaiono sia in MM_4^S che in MM_4^D) hanno peso doppio delle osservazioni estreme, X_{t-2} ed X_{t+2}, che compaiono rispettivamente solo in MM_4^S ed in MM_4^D:

$$\begin{aligned}
MM_4^C(X_t) &= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}\left(X_{t-2} + X_{t-1} + X_t + X_{t+1}\right) + \frac{1}{4}\left(X_{t-1} + X_t + X_{t+1} + X_{t+2}\right)\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}X_{t-2} + \frac{1}{4}\left(2X_{t-1} + 2X_t + 2X_{t+1}\right) + \frac{1}{4}X_{t+2}\right] \\
&= \frac{1}{8}\left(X_{t-2} + X_{t+2}\right) + \frac{1}{4}\textstyle\sum_{i=-1}^{1} X_{t+i}.
\end{aligned}$$

Applicando lo stesso principio, si vede subito che nel caso di serie mensili la formula delle medie mobili centrate a 12 termini diventa:

$$\begin{aligned} MM_{12}^{C}(X_t) &= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{12}\left(\textstyle\sum_{i=-6}^{5} X_{t+i}\right) + \frac{1}{12}\left(\textstyle\sum_{i=-5}^{6} X_{t+i}\right)\right] \\ &= \frac{1}{12}\left[\textstyle\sum_{i=-5}^{5} X_{t+i} + \frac{1}{2}\left(X_{t-6} + X_{t+6}\right)\right]. \end{aligned} \tag{2.4.6}$$

Che senso ha questa formula? Supponendo per fissare le idee che i dati a disposizione inizino nel gennaio di un anno s, nella seconda riga possiamo vedere come la somma dei dati sui 12 mesi (all'interno delle parentesi quadrate) viene ottenuta sommando due termini. Il primo è la somma delle osservazioni da febbraio a dicembre, ed il secondo la media di quelle di gennaio di s e di $(s+1)$. Quindi in sostanza stiamo sempre calcolando la media su 12 dati mensili, di cui però solo 11 sono effettivi (in questo esempio febbraio-dicembre anno s) ed uno (gennaio) è invece «sintetico», ottenuto come la media delle osservazioni dello stesso mese (qui gennaio) in due anni adiacenti. Questo trucchetto ci permette di risolvere il problema dello sfasamento delle medie a 12 termini rispetto alla sequenza dei mesi.

Per vedere come funziona questo meccanismo in pratica abbandoniamo la serie delle ore lavorate e consideriamo l'indice della produzione industriale, per cui l'Istat pubblica anche valori destagionalizzati che costituiranno un utile termine di paragone. Le osservazioni dal gennaio 2011 all'agosto 2012 sono rappresentate nella Fig. 2.4.6. Dato il limitato numero di anni non siamo in grado di apprezzare la possibile presenza di trend e ciclo, mentre la stagionalità è evidente: in ambedue gli anni il valore minimo è in Agosto, quando molte aziende chiudono per le ferie estive.

Calcoliamo quindi delle medie mobili centrate a 12 termini. La serie risultante è rappresentata nella Fig. 2.4.7 insieme alla serie originale (detta *grezza*) ed alla serie destagionalizzata di fonte Istat. Un primo commento riguarda la perdita di informazione agli estremi del periodo: osservando il primo termine della formula (2.4.6) è infatti evidente che non è possibile calcolare medie mobili per le prime sei e le ultime sei osservazioni. Comunque, tenendo presente che la serie destagionalizzata Istat è calcolata con metodi ben più raffinati delle nostre elementari medie mobili[5] la corrispondenza tra le due può essere definita sorprendente: in ambedue i casi le fluttuazioni infrannuali sembrano del tutto eliminate. In realtà la serie delle nostre medie mobili è fin troppo smussata: come più chiaro dalla Fig. 2.4.8, la serie Istat mostra delle variazioni mensili assenti nelle nostre medie mobili. Possiamo capire perché tornando alle scomposizioni (2.4.3)-(2.4.4). Considerando per semplicità solo la seconda, le nostre medie mobili sono stime di TC, ed escludono quindi non solo la stagionalità ma anche l'accidentalità, mentre la serie destagionalizzata Istat è una stima di TCA. Nel nostro approccio come possiamo stimare i soli effetti stagionali S per ricavare delle stima di TCA? La soluzione è chiara se si considera che dividendo i valori grezzi per le stime del ciclo trend possiamo ottenere una stima di SA. Indicando le stime di una componente con l'accento circonflesso, e le stagioni con $s = 1, \ldots, Z$, formalmente:

[5] Più precisamente, utilizzando i cosiddetti filtri di Ritener-Kolmogorov.

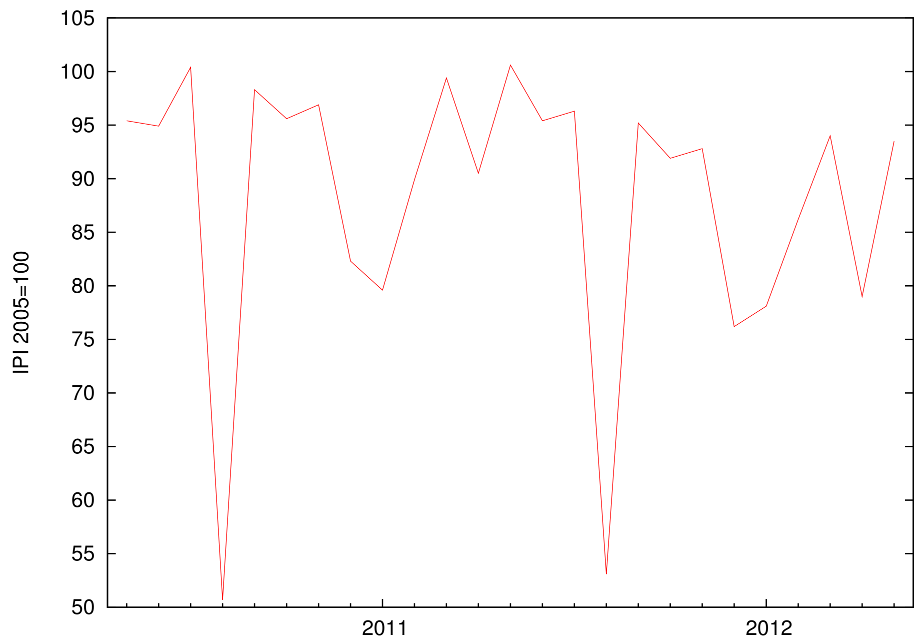


Figura 2.4.6: Indice della produzione industriale 2005=100, Industria manifatturiera. Periodo 2010:5-2012:5. *Fonte*: Istat

$\widehat{SA}_{t:s} = X_{t:s}/\widehat{TC}_{t:s})$. Ora, sotto l'ipotesi che gli effetti stagionali sono costanti negli anni ($S_{t:s} = S_s \ \forall t, s$) i valori $\widehat{SA}_{t:s}$ relativi alla stessa stagione s variano tra anni diversi solo per effetto dell'accidentalità. Quindi, se abbiamo a disposizione dati per più anni possiamo ottenere le stime desiderate dei coefficienti di stagionalità come:

$$\widehat{S}_s = T^{-1}\textstyle\sum_{t=1}^{T}\widehat{SA}_{t:s}$$

Ovviamente queste stime in generale non rispetteranno le assunzioni di identificazione (per il modello additivo somma pari ad 1 e per quello moltiplicatico prodotto pari ad 1). Dobbiamo quindi riscalarle per garantire che gli effetti stagionali si annullino. Nel modello additivo è necessario quindi centrarli rispetto alla media aritmetica, $\widehat{\widehat{S}}_s = \widehat{S}_s - \overline{S}$, dove $\overline{S} = Z^{-1}\sum_{s=1}^{Z}\widehat{S}_s$, ed in quello moltiplicativo dividerli per la media geometrica:

$$\widehat{\widehat{S}}_s = \frac{\widehat{S}_s}{\sqrt[Z]{\prod_{s=1}^{Z}\widehat{S}_s}}$$

Infatti $\prod_{s=1}^{Z}\widehat{\widehat{S}}_s = \prod_{s=1}^{Z}(\widehat{S}/\overline{S}_g) = \prod_{s=1}^{Z}\widehat{S}/\overline{S}_g^Z = \prod_{s=1}^{Z}\widehat{S}/\left(\sqrt[Z]{\prod_{s=1}^{Z}\widehat{S}_s}\right)^Z = \prod_{s=1}^{Z}\widehat{S}/\prod_{s=1}^{Z}\widehat{S}_s = 1$.

Una volta ottenuti i coefficienti di stagionalità $\widehat{\widehat{S}}_s$ otteniamo le stime desiderate come $\widehat{TCA}_{t:m} = X_{t:s}/\widehat{\widehat{S}}_s$.

La Fig. 2.4.8 rende evidente l'utilità dell'informazione fornita da serie destagionalizzate: mentre nell'indice grezzo l'amplissima caduta nel mese di Agosto

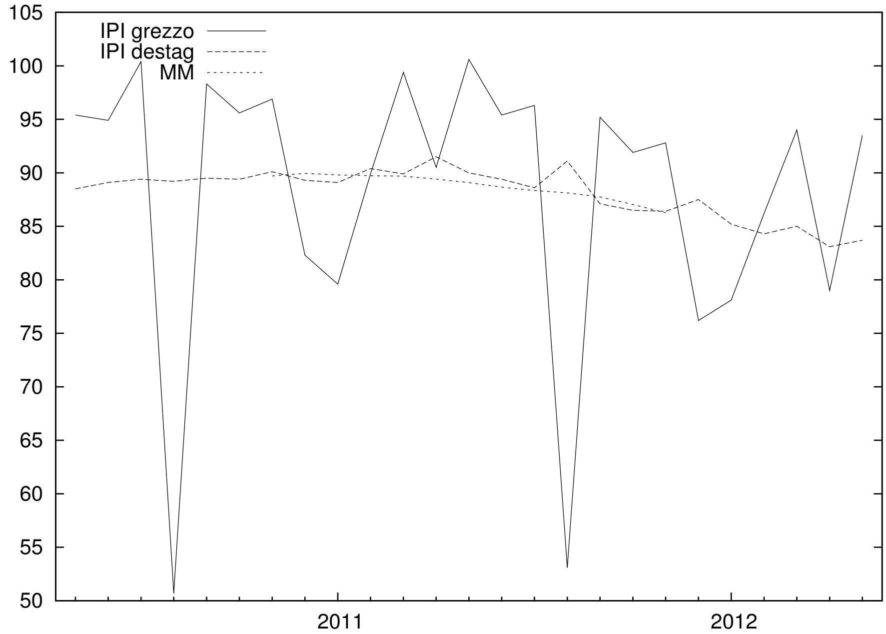


Figura 2.4.7: Indice della produzione industriale (IPI) 2005=100 grezzo e destagionalizzato e medie mobili centrate a 12 termini (MM) di IPI grezzo. Industria manifatturiera. Periodo 2010:5-2012:5

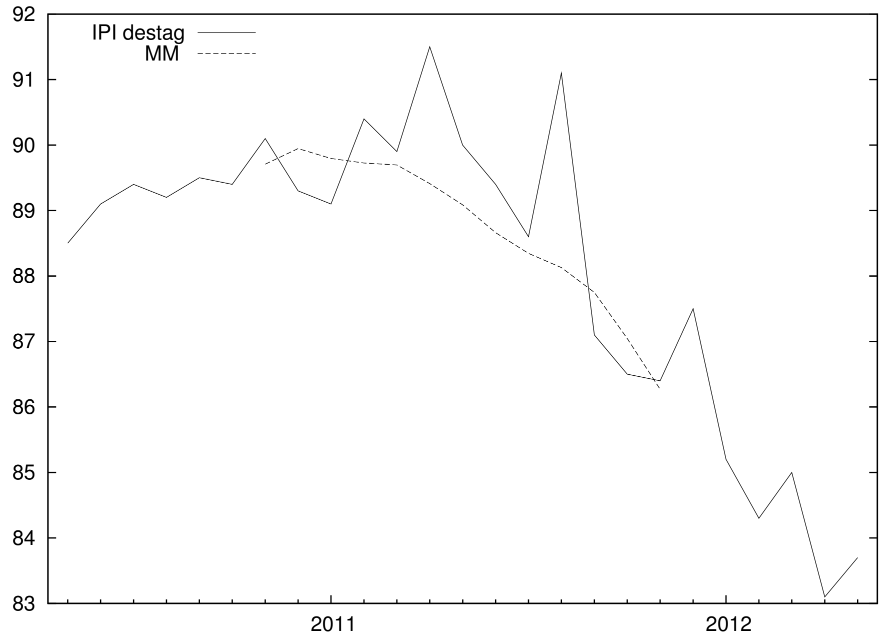


Figura 2.4.8: Indice della produzione industriale 2005=100 destagionalizzato (IPI destag) e medie mobili centrate a 12 termini dell'indice grezzo (MM). Industria manifatturiera. Periodo 2010:5-2012:5

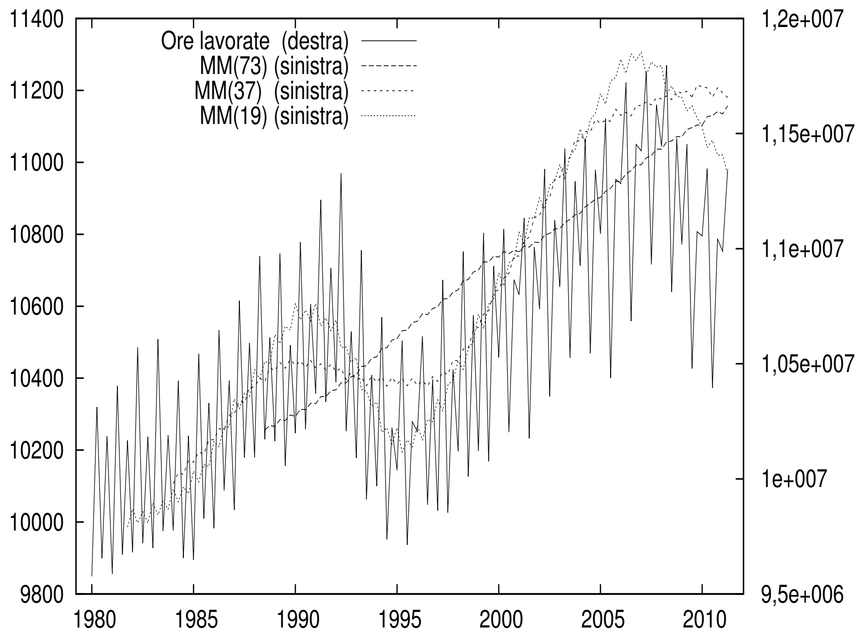


Figura 2.4.9: Medie mobili a 19,37 e 73 termini della serie delle ore lavorate nell'economia italiana

oscura l'andamento generale che appare approssimativamente costante, ambedue le serie della Fig. 2.4.8 evidenziano una caduta sensibile iniziata alla fine del 2011 e proseguita sostanzialmente senza interruzioni nel corso del 2012.

Come accennato all'inizio di questa discussione l'uso delle medie mobili non è necessariamente limitato allo scopo delle destagionalizzazione, ma può essere indirizzato all'eliminazione di cicli di qualsiasi ampiezza. Ovviamente, si perde in questo caso il grande vantaggio di conoscere per definizione l'ampiezza del ciclo, che nel caso della stagionalità corrisponde semplicemente al numero di osservazioni comprese in un anno (4 per serie trimestrali, 12 per serie mensili, ecc.). Riprendiamo la serie delle ore lavorate ed ipotizziamo, a puro scopo di esempio, l'esistenza di cicli di ampiezza circa pari a sei anni (72 mesi), tre anni (36 mesi), ed un anno e mezzo (18 mesi). Questi cicli dovrebbero essere eliminati da medie mobili rispettivamente di 72, 36 e 18 termini. Poiché non abbiamo particolari motivi per ipotizzare valori precisi per l'ampiezza dei cicli prendiamo medie di ordine dispari, in modo da evitare l'operazione di centratura. Calcoliamo quindi per $P = 73, 37, 19$ e per ogni $t \in [(P-1)/2+1, N-(P-1)/2-1]$ le medie:

$$MM_P(X_t) = \frac{1}{P}\textstyle\sum_{i=-(P-1)/2}^{(P-1)/2} X_{t+i}$$

Dalla Fig. 2.4.9 notiamo innanzitutto che calcolando medie ad un elevato numero di termini si subisce una pesante perdita di informazione: le medie a 73 termini sono infatti disponibili solo per la parte centrale del grafico. In secondo luogo, osserviamo come l'andamento sia quasi lineare, come ci potremmo aspettare da un trend. Le medie con 37 e 19 termini conservano invece fluttuazioni cicliche, ovviamente più accentuate nel secondo caso.

2.4.2.1 Digressione: MP3, JPEG e MM

Dal punto di vista matematico le medie mobili sono dei *filtri lineari*, ovvero delle trasformazioni lineari che operano sulla serie in ingresso in modo da fornire in uscita una serie con determinate caratteristiche. Ora, è interessante notare che nell'ingegneria elettrica ed elettronica il termine filtro indica un dispositivo che, combinando diversi componenti con caratteristiche specifiche rispetto al passaggio della corrente, trasforma materialmente un segnale elettrico nella maniera desiderata.

Il collegamento tra il concetto matematico di filtro (come le medie mobili viste sopra) e questi dispositivi elettrici è dato dal fatto che ambedue hanno lo scopo di trasformare un segnale, rispettivamente inteso come sequenza numerica (ad esempio, la serie delle ore lavorate) e come segnale elettrico. In effetti, questi sono solo esempi diversi di segnali misurati nel tempo che possono essere visti come somme di serie latenti di diverso periodo (o frequenza). La convergenza tra i due concetti è completa nel caso dei cosiddetti filtri digitali. Prendiamo l'esempio dei suoni catturati da un comune microfono. In questi casi il segnale analogico in ingresso, invece di essere trasformato, come nei filtri elettrici, mediante il passaggio attraverso componenti di diverso tipo, viene prima convertito in una sequenza numerica. Questa viene poi trasformata secondo la formula matematica desiderata da un programma codificato su di un microprocessore. La sequenza numerica così ottenuta può essere riprodotta direttamente da un dispositivo digitale come un lettore MP3, oppure trasformata nuovamente in forma analogica per essere riprodotta da un dispositivo tradizionale.

Come visto sopra nella costruzione della semplice scomposizione additiva con funzioni trigonometriche, nel caso di dati economici la componente con periodo breve (frequenza alta) è la stagionalità (infatti valori simili si ripetono ogni anno), mentre il ciclo-trend ha periodo lungo (quindi bassa frequenza); infatti valori simili si presentano a distanza di anni, oppure addirittura mai nel campione temporale in esame. Nel caso di una traccia musicale le componenti ad alta e bassa frequenza sono ovviamente i suoni alti e bassi. Nella terminologia ingegneristica le medie mobili viste sopra sono dei filtri *passa-basso,* perché la serie in uscita conserva la componente a bassa frequenza (il ciclo-trend), perdendo quella ad alta frequenza (la stagionalità). Anche se potrà apparire sorprendente, l'operazione fatta per eliminare la stagionalità da una serie economica è quindi fondamentalmente uguale a quella fatta per ridurre il rumore di una registrazione audio. A parte la complicazione causata dal fatto che le immagini hanno due dimensioni, questo vale anche per la riduzione del rumore nelle immagini digitali. Il "rumore" è infatti l'effetto della presenza di brusche variazioni di tono o colore tra pixel vicini. I cosiddetti *Noise Reduction filters,* impostabili sulle macchine fotografiche più avanzate ed inclusi nei programmi di fotoritocco, operano in modo da rendere più graduali le variazioni dei toni dell'immagine; l'operazione è quindi l'esatto equivalente bidimensionale dello smussamento operato dalle medie mobili sulle serie storiche.

2.4.3 L'analisi tecnica dei prezzi nei mercati finanziari

Le medie mobili trovano ampio uso nella cosiddetta "analisi tecnica" dei mercati finanziari, ovvero l'analisi dei prezzi di prodotti finanziari (azioni, obbligazioni, derivati, ecc.) basata unicamente sui valori passati dei prezzi stessi[6]. Il presupposto dell'analisi tecnica è che le decisioni degli investitori sono guidate in maniera rilevante dalla semplice osservazione dei grafici delle quotazioni azionarie, con reazioni che si ripetono al presentarsi di condizioni simili. Lo scopo è sfruttare queste regolarità di comportamento per costruire delle previsioni a brevissimo termine di queste reazioni e delle oscillazioni dei prezzi che esse provocano, e quindi realizzare profitti dall'attività di compravendita ad elevata frequenza ("trading" nel gergo degli operatori finanziari). Tra gli elementi fondamentali dell'analisi tecnica troviamo il "supporto" e la "resistenza". Questi sono i livelli che un prezzo difficilmente supera in un dato periodo, rispettivamente verso il basso e verso l'alto. Quando i prezzi salgono al di sopra della resistenza l'analisi tecnica suggerisce di acquistare, perché il superamento della soglia psicologica probabilmente innescherà una fase rialzista: le aspettative degli investitori sono di rialzo, e la conseguente domanda produce il rialzo stesso. L'opposto accade nel caso in cui il prezzo scenda al di sotto del supporto: le aspettative degli investitori sono di flessione, che sarà effettivamente provocata dalle conseguenti vendite. Quando ciò accade ripetutamente si creano rispettivamente delle ondate di euforia (ad esempio, quella sulle azioni delle società attive su Internet alla fine degli anni '90) oppure di panico (tipico esempio la crisi del 1929).

In base a quanto visto sopra è naturale pensare di stimare supporti e resistenze utilizzando medie mobili: in effetti, queste sono l'unico strumento metodologico dell'analisi tecnica, basata per il resto sull'esperienza e l'intuizione dell'analista. Più precisamente, vengono usate medie mobili *esponenziali*, ovvero ponderate con una struttura di pesi a decadimento esponenziale, che danno quindi peso maggiore alle osservazioni più recenti.

2.5 Previsioni di breve termine

Molto spesso il passo successivo all'analisi delle caratteristiche di una serie storica è il calcolo di previsioni dei suoi valori futuri, utili come base informative per decisioni economiche e finanziarie ma anche per la logistica. Ad esempio, il sito Internet della catena Ikea permette ai clienti di richiedere previsioni della disponibilità di *ogni* articolo in catalogo in *ogni* negozio della catena.

Un metodo molto semplice, ma ciononostante ampiamente utilizzato in pratica, per risolvere questo problema è il cosiddetto livellamento esponenziale (*exponential smoothing, ES*), proposto inizialmente da Brown (1956) e sviluppato

[6] A questa si contrappone l'"analisi fondamentale" indirizzata a valutare i prezzi in base alle effettive condizioni delle aziende. In linea teorica i prezzi che si formano in mercati efficienti dovrebbero incorporare tutte le informazioni pubblicamente disponibili. Tuttavia, in pratica l'esistenza di informazione e razionalità imperfette genera oscillazioni di breve-medio periodo che possono fare allontanare le quotazioni in maniera anche ampia dai valori fondamentali, lasciando quindi spazio ad analisi di diversa impostazione.

ulteriormente da Holt (1957). L'idea di base dell'ES è molto semplice. Supponiamo di operare nel periodo t e di disporre di una previsione di X_t calcolata nel periodo precedente, diciamo F_t (iniziale del termine inglese *forecast*), che sarà in generale diversa dal valore effettivo. Come calcolare la previsione F_{t+1}, sulla base di queste informazioni? Un'idea naturale è partire da F_t stessa correggendola per l'errore commesso, ovvero porre

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(X_t - F_t) \tag{2.5.1}$$

dove $0 < \alpha < 1$. Ad esempio, se $\alpha = 0.5$ la previsione per il tempo $(t+1)$ è pari a quella per il tempo corrente t diminuita della metà dell'errore commesso nel caso di errore per eccesso $(X_t - F_t < 0)$ oppure aumentata nel caso di errore per difetto $(X_t - F_t > 0)$.

La (2.5.1) può essere anche scritta come un media ponderata di F_t ed X_t :

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha)F_t \tag{2.5.2}$$

Il fattore α prende il nome di fattore di smussamento o perequazione (*smoothing factor*), anche se in realtà è vero l'opposto, in quanto la serie delle previsioni è tanto più piatta quanto più α è piccolo; per $\alpha = 0$ abbiamo infatti $F_{t+j} = F_0$ per ogni j. Se invece $\alpha = 1$ la serie delle previsioni coincide con la serie originaria sfalsata di un periodo ($F_{t+1} = F_t + X_t - F_t = X_t$), quindi la variabilità è massima.

A questo punto ci si può chiedere da dove venga il termine "esponenziale". Per capirlo sostituiamo nella (2.5.2) a catena per F_t, e poi per F_{t-1}, e così via:

$$\begin{aligned} F_{t+1} &= \alpha X_t + (1-\alpha)\underbrace{[\alpha X_{t-1} + (1-\alpha)F_{t-1}]}_{F_t} \\ &= \alpha\,[X + (1-\alpha)X_{t-1}] + (1-\alpha)^2 F_{t-1} \\ &= \alpha\,[X + (1-\alpha)X_{t-1}] + (1-\alpha)^2 \underbrace{[\alpha X_{t-2} + (1-\alpha)F_{t-2}]}_{F_{t-1}} \end{aligned} \tag{2.5.3}$$

Procedendo all'indietro fino all'inizio della serie otterremo

$$\begin{aligned} F_{t+1} = \alpha &\left[X_t + (1-\alpha)X_{t-1} + (1-\alpha)^2 X_{t-2} + (1-\alpha)^3 X_{t-3} + ...\right] \\ &+ (1-\alpha)^t F_1 &(2.5.4) \\ &= \alpha \textstyle\sum_{i=0}^{t-1} (1-\alpha)^i X_{t-i} + (1-\alpha)^t F_1 &(2.5.5) \\ &\simeq \alpha \textstyle\sum_{i=0}^{t-1} (1-\alpha)^i X_{t-i} &(2.5.6) \end{aligned}$$

in quanto $(1-\alpha) < 1$, e quindi il coefficiente $(1-\alpha)^t$ diventa trascurabile per t abbastanza grande. Dalla (2.5.6) possiamo vedere che la previsione F_{t+1} è in sostanza una somma ponderata dei valori passati con pesi che seguono una serie geometrica, approssimazione discreta dell'esponenziale (per convincersene basta disegnare il grafico dei pesi rispetto al ritardo temporale). Come già visto, per $\alpha = 1$ viene presa in considerazione solo l'ultima osservazione ($F_{t+1} = X_t$), per $\alpha = 0$ solo la prima (la serie delle previsioni è in realtà una costante, $F_{t+j} = F_1$ $\forall j$), mentre per valori intermedi il numero delle osservazioni con peso significativo è inversamente proporzionale ad α. In pratica vengono comunemente utilizzati valori compresi nell'intervallo (0.05,0.30), che portano ad includere nella media un numero ridotto, ma non del tutto trascurabile, di osservazioni. A titolo di esempio, nella tabella 1 sono riportati i primi dieci pesi e le loro somme cumulate per $\alpha = 0.25, 0.50, 0.75$: si può notare come con parametri 0.50 e 0.75 in pratica la previsione dipenda solamente dalle ultime tre o quattro osservazioni, mentre con parametro 0.25 vengano considerate le ultime sette-otto osservazioni.

Tabella 1
Livellamento esponenziale: pesi in funzione del parametro α

		ritardo i										
α		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.25	*pesi*	0.25	0.19	0.14	0.11	0.08	0.06	0.04	0.03	0.03	0.02	0.01
	pesi cumulati	0.25	0.44	0.58	0.68	0.76	0.82	0.87	0.90	0.92	0.94	0.96
0.50	*pesi*	0.50	0.25	0.13	0.06	0.03	0.02	0.01	0.00			
	pesi cumulati	0.50	0.75	0.88	0.94	0.97	0.98	0.99	1.00			
0.75	*pesi*	0.75	0.19	0.05	0.01							
	pesi cumulati	0.75	0.94	0.98	1.00							

Vediamo un esempio pratico. Supponiamo di voler formulare una previsione per il giorno 11 della serie di dati riportati per i giorni 1-10 nella prima riga della tabella 2.

Tabella 2
Livellamento esponenziale: esempio di calcolo, $\alpha = 0.25$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
dati	10	12	9	8	11	13	10	9	12	13	?
pesi	0.01	0.02	0.03	0.04	0.06	0.08	0.11	0.14	0.19	0.25	

Ipotizzando $\alpha = 0.25$ calcoliamo in base alla formula $\alpha(1-\alpha)^i$, $i = 0, \ldots, 10$, i pesi riportati nella seconda riga. Notare che poiché il primo dato di cui disponiamo (giorno 1) è 10 giorni prima di quello per cui vogliamo calcolare la previsione non ha senso calcolare pesi per $i > 10$. A questo punto possiamo applicare la formula

$$F_{t+1} = \alpha \textstyle\sum_{i=0}^{t-1} (1-\alpha)^i X_{t-i}$$

con $t + 1 = 11$, ottenendo

$$\begin{aligned} F_{11} &= 0.25 \times 13 + 0.19 \times 12 + 0.14 \times 9 + \\ &\quad 0.11 \times 10 + 0.08 \times 13 + 0.06 \times 11 + \\ &\quad 0.04 \times 8 + 0.03 \times 9 + 0.02 \times 12 + 0.01 \times 10 \\ &= 10.6 \end{aligned}$$

che è quindi la nostra previsione per le vendite del giorno 11.

Torniamo alla (2.5.5): la somma ponderata mobile è una media mobile? Per verificare che lo sia dobbiamo accertare che i pesi sommino all'unità. E' facile vedere che le proprietà della serie geometrica garantiscono che questo effettivamente accade per $t \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\textstyle\sum_{i=0}^{\infty} c^i &= \textstyle\sum_{i=0}^{\infty} \alpha(1-\alpha)^i \\
&= \alpha \textstyle\sum_{i=0}^{\infty} (1-\alpha)^i \\
&= \alpha \left[\frac{1}{1-(1-\alpha)} \right] \\
&= 1.
\end{aligned}$$

Quanto appena dimostrato dovrebbe suggerire quando ci possiamo aspettare che l'ES funzioni ragionevolmente bene e quando no. Poiché la previsione della prossima osservazione è una media delle osservazioni passate (in pratica, spesso le ultime tre o quattro) il suo campo ideale di applicazione sono serie prive sia di trend che di stagionalità. Infatti la presenza di trend crescente implica che una media dei dati passati è per definizione inferiore ai valori futuri, ed il contrario accade nel caso di trend decrescenti. La stagionalità implica poi la presenza di fluttuazioni anche ampie da un'osservazione alla seguente, mentre osservando la formulazione dell'ES come meccanismo di correzione dell'errore di previsione, (2.5.1), è evidente che il metodo incorpora l'ipotesi che le osservazioni successive siano abbastanza simili tra di loro. Quando ciò non accade questo meccanismo di aggiornamento può essere addirittura controproducente. Supponiamo per semplicità di avere due sole stagioni, estate ed inverno, e che la previsione per l'estate sia errata per difetto. Il meccanismo di correzione porta ad aumentare la previsione per l'inverno. Se questa risultasse, come probabile, errata per eccesso, la seguente previsione estiva verrà corretta verso il basso, ovvero in senso opposto a quanto l'esperienza dell'estate precedente richiederebbe. Si tratta di problemi superabili; la maggiore generalità è stata ottenuta da Holt (1957) e Winters (1960) introducendo equazioni aggiuntive (una per il trend ed una per la stagionalità) e due ulteriori coefficienti oltre alla costante α. La stima di questi coefficienti non è particolarmente complessa, ma comunque oltre i limiti di questi appunti.

Bibliografia

[1] Brown, R.G. (1956) *Exponential Smoothing for Predicting Demand* Arthur D. Little Inc., Cambridge (USA).

[2] Di Fonzo, T. e F. Lisi (2005) *Serie Storiche Economiche* Carocci, Roma.

[3] Holt, C. (1957) "Forecasting Trends and Seasonal by Exponentially Weighted Averages" *Office of Naval Research Memorandum* n. 52.

[4] Winters, P. R. (1960) "Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages" *Management Science* 6, 324–342.

Capitolo 3

Il confronto di aggregati economici nel tempo: calcolo di valori a prezzi costanti

3.1 Introduzione

Il confronto di aggregati economici nel tempo è uno dei problemi centrali della contabilità nazionale. La difficoltà nasce dal fatto che i conti compilati in ciascun anno collegano un insieme di flussi valutati ai prezzi in vigore («correnti») in quell'anno, e non sono quindi confrontabili con quelli di anni diversi, come invece è necessario fare ad esempio per studiare l'evoluzione del PIL nel tempo. Il problema non è semplicemente formale, perchè le variazioni dei prezzi costituiscono un elemento di disturbo nei confronti temporali, in quanto la dinamica che ci interessa è sempre quella delle quantità. Ad esempio, se si tratta del consumo la dinamica del benessere materiale delle famiglie è determinata dalle variazioni delle quantità consumate, non del loro valore. Come si può procedere? Sostanzialmente in due modi logicamente opposti. Vediamoli nell'ordine.

3.1.1 Partendo dai valori: la deflazione

Supponiamo per semplicità di disporre di una serie di valori $Y_t, t = 1, \ldots, T$, valutati a prezzi correnti relativi ad un bene omogeneo, che può quindi essere espresso come $Y_t = P_t Q_t$. Se disponiamo anche della serie degli indici di prezzo $NI_{0t} = P_{0t}/P_0$ possiamo dividere il valore per tale indice, ottenendo:

$$\begin{aligned} \frac{Y_t}{NI_{0t}} &= \frac{P_t Q_t}{\frac{P_t}{P_0}} \\ &= P_0 Q_t. \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

ovvero un valore sempre espresso ai prezzi dell'anno base 0 qualunque sia t. Questa procedura si chiama *deflazione*, in quando indirizzata ad eliminare l'effetto della crescita dei prezzi (*in*flazione) dalla serie dei valori. La serie ottenuta è definita comunemente "a prezzi costanti". Per l'aritmetica dei tassi di crescita, la velocità di crescita della serie deflazionata, approssimativamente pari alla crescita del valore (numeratore della (3.1.1)) meno quella dei prezzi (denominatore della (3.1.1)), è pari alla velocità di crescita dei volumi:

$$\begin{aligned}\widehat{\left(\frac{Y_t}{NI_{0t}}\right)} &= \widehat{(P_0 Q_t)} \\ &\backsimeq \widehat{P}_0 + \widehat{Q}_t \\ &= \widehat{Q}_t\end{aligned}$$

in quanto P_0 è costante.

La realtà si allontana da questo esempio semplificato per due motivi. Innanzitutto, gli aggregati da deflazionare non sono valori relativi ad un bene omogeneo, ma ad una somma di componenti eterogenee (ad esempio, i consumi delle famiglie sono la somma dei consumi di molti beni diversi). Di conseguenza, l'indice di prezzo semplice è sostituito da degli indici complessi ponderati (nel caso dei consumi, NIC, FOI o IPCA). Quindi la (3.1.1) nella realtà diventa:

$$\frac{Y_t}{NI_{0t}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it}}{NI_{0t}}$$

In questi casi, le serie ottenute per deflazione ovviamente non corrispondono a quelle che otterremmo valutando ciascuna componente ai prezzi del tempo 0, ma rappresentano comunque una buona approssimazione alla dinamica delle quantità (o meglio, dei "volumi", un termine più generale preferito al precedente nella letteratura del ramo).

Riassumendo: se siamo interessati alla dinamica reale (dal latino *res*, cosa: quindi, relativa alle sole quantità) di una serie a prezzi correnti una prima possibilità è dividere questa serie per quella di un indice dei prezzi adeguato.

Ad esempio, per valutare la crescita del potere d'acquisto delle famiglie possiamo sottrarre alla crescita dei redditi interni da lavoro dipendente (che rappresentano i redditi di gran parte delle famiglie, anche se non tutte: sono ovviamente escluse quelle dei lavoratori autonomi e dei pensionati) quella del NIC, come nell'esempio della Tabella 3.1.1. In questa tabella possiamo vedere come dal 1970 al 2000 i redditi medi da lavoro dipendente a prezzi correnti siano cresciuti di oltre 23 volte (28711/1181 = 23.3). Tuttavia, sappiamo che molta di questa crescita è stata vanificata da quella dei prezzi; vogliamo quindi calcolare di quanto sia stata l'effettiva crescita del potere di acquisto dei lavoratori dipendenti in questo arco di tempo. Sempre dalla Tabella 3.1.1 vediamo che nel 2000 il NIC era circa 13 volte il valore del 1970; in prima approssimazione possiamo quindi dire che i redditi sono cresciuti poco meno del doppio dei prezzi (23 volte contro 13), una crescita comunque significativa. Vediamo di completare il calcolo in maniera precisa. Dividendo la crescita dei redditi (28711/1181 = 23.3) per quella del NIC (13399/100=13.399) otteniamo 1.815: quindi, i redditi reali del 2000 erano 1.815 volte quelli del 1970. In termini percentuali la loro crescita totale è stata perciò dell'81.5%, e quella media annua $100 \times (\sqrt[30]{1.815} - 1) = 2.01\%$. Concettualmente (i calcoli in realtà sono esattamente gli stessi) un altro modo di pervenire a questo risultato è riportare i redditi del 2000 a prezzi 1970 dividendo quelli a prezzi correnti per il valore del NIC del 2000 (28711/13.399 = 2143; notare che per mantenere l'ordine di grandezza dei redditi il NIC deve essere in base 1970 = 1, non 100) e quindi calcolarne la crescita rispetto al livello del 1970, ottenendo 2143/1181 = 1.815.

Tabella
Redditi medi da lavoro dipendente:
dinamica nominale e reale, 1970-2000

	Redditi da lavoro dipendente			
	correnti	*a prezzi 1970*	*NIC*	*Redditi/NIC*
1970	1 181	1 181	100	
2000	28 711	2 143	1 339.9	81.5

Redditi da lavoro dipendente*: Eurolire ed Euro correnti, per ULA;*
Redditi/NIC*: crescita* ×100 *dei redditi da lavoro deflazionati con il NIC*

3.1.2 Partendo dai volumi

La seconda possibile soluzione segue l'approccio opposto: se disponiamo della serie dei numeri indici dei volumi Q_t/Q_0 possiamo espandere il valore iniziale $Y_0 = P_0Q_0$ moltiplicandolo per la crescita dei volumi, pervenendo nel caso di un bene omogeneo allo stesso identico risultato:

$$\begin{aligned} Y_0\frac{Q_t}{Q_0} &= P_0Q_0\frac{Q_t}{Q_0} \\ &= P_0Q_t. \end{aligned}$$

Otteniamo così una nuova serie che ovviamente si muove nel tempo *identicamente all'indice dei volumi, ma ha come unità di misura il prezzo* P_0. Questa seconda opzione è in effetti quella seguita dalle agenzie statistiche per stimare gli aggregati di contabilità nazionale a prezzi costanti. Vediamo i dettagli. A partire dal 2006 le serie di contabilità nazionale per l'economia italiana vengono pubblicate con valori valutati in tre modi diversi:

1. a prezzi correnti;

2. a prezzi dell'anno precedente;

3. *concatenati*, con anno di riferimento attualmente fissato al 2000.

I secondi (prezzi dell'anno precedente), permettono la valutazione della crescita reale anno per anno, e quindi sono un importante elemento per il calcolo dei valori concatenati espressi ai prezzi di un anno di riferimento. La procedura di calcolo di un aggregato a valori concatenati è concettualmente semplice. Ipotizzando di essere interessati ad un aggregato risultante dalla somma di N componenti (ad esempio, per i calcoli relativi al valore aggiunto l'Istat utilizza una disaggregazione di produzione e consumi intermedi a 101 branche) definiamo innanzitutto:

- $Y_{00} = \sum_{j=1}^{N} P_{j0}Q_{j0}$ il *valore a prezzi correnti* dell'aggregato nell'anno di riferimento ($t = 0$);

- $Y_{c(0)t}$ il *valore concatenato con anno di riferimento 0* del medesimo aggregato nell'anno t;

- $NIL^V_{s-1,s} = \frac{\sum_{j=1}^{N} P_{jt-1}Q_{jt}}{\sum_{j=1}^{N} P_{jt-1}Q_{jt-1}}$ l'*indice di volume* di Laspeyres dell'anno s rispetto all'anno $s-1$ (indice *binario*), pari al rapporto tra i valori dell'anno s espressi ai prezzi dell'anno precedente ed i valori dell'anno $s-1$ a prezzi correnti.

Il primo passo è misurare la crescita del volume su un qualsiasi arco di tempo (ad esempio, da 0 ad s) mediante l'*indice concatenato di volume* $CI^V_{0,t}$, calcolato moltiplicando a catena gli indici binari intermedi:

$$CI^V_{0,t} = NIL^V_{0,1} \times \ldots \times NIL^V_{t-1,t} = \prod_{s=1}^{t} NIL^V_s \tag{3.1.2}$$

A questo punto è possibile calcolare il valore concatenato con anno di riferimento 0, $Y_{c(0)s}$, semplicemente moltiplicando l'indice concatenato di volume per il valore dell'aggregato nell'anno di riferimento misurato a prezzi correnti:

$$Y_{c(0)t} = Y_{00}CI^V_{0,t} = Y_{00} \prod_{s=1}^{t} NIL^V_{s-1,s}. \tag{3.1.3}$$

In sostanza, la serie ai prezzi dell'anno di riferimento viene ottenuta riscalando l'indice che misura la *crescita delle quantità* nel periodo considerato con il valore di tale anno ai prezzi correnti.

Nella pratica un punto chiave è dato dal calcolo degli aggregati espressi ai prezzi dell'anno precedente, $Y_{s-1,s} = \sum_{j=1}^{N} P_{js-1}Q_{js}$ utilizzato per il calcolo degli indici di volume. La soluzione seguita dall'Istat, descritta in Maresca e Squarcio (2005), consiste nel dividere ciascuna componente misurata a prezzi correnti ($P_{js}Q_{js}$) per i relativi deflatori (π_{js}) che misurano la crescita dei prezzi della componente j dal tempo $s-1$ al tempo s. A loro volta, questi deflatori sono ottenuti dividendo la crescita degli aggregati a prezzi correnti per quella degli aggregati a prezzi costanti:

$$\pi_{js} = \frac{P_{js}Q_{js}/P_{js-1}Q_{js-1}}{P_{j1995}Q_{js}/P_{j1995}Q_{js-1}}. \tag{3.1.4}$$

La base per gli aggregati a prezzi costanti è attualmente il 1995; la complessa procedura di calcolo disaggregata è descritta in dettaglio in Istat (2004).

Oltre che fornire una valutazione della dinamica dei volumi la serie ai prezzi di un anno di riferimento può essere utilizzata anche nella direzione opposta, per ottenere una misura della crescita dei prezzi, come fatto sopra per il calcolo dei deflatori delle singole serie. La definizione Istat è la seguente: "[...] il rapporto tra l'aggregato espresso in termini nominali e lo stesso espresso in termini reali; indica quanta parte della crescita dell'aggregato, espresso in termini nominali, sia da attribuire a variazioni di prezzo". Formalmente equivalgono a degli indici di Paasche, come si può immediatamente vedere considerando la formula per il caso di un singolo bene: $d = P_tQ_t/P_0Q_t$. Il deflatore del PIL è utilizzato abbastanza spesso, in quanto, comprendendo tutti gli usi finali, rappresenta una misura dell'inflazione più generale di quella data dagli indici dei prezzi al consumo. Come si può vedere dalla Tav. 2 la dinamica delle due misure dell'inflazione può anche divergere sensibilmente, e di conseguenza anche una valutazione della crescita reale del PIL fatta (in maniera impropria) deflazionando l'aggregato a valori correnti con il NIC (indicata come PIL/NIC nella tabella) può essere abbastanza imprecisa.

Tabella 2
PIL nominale e reale, deflatore del PIL e NIC
Tassi di crescita ×100, 2009-2010

PIL nominale	*PIL reale*	*deflatore del PIL*	*NIC*	*PIL/NIC*
2.04	1.71	0.32	1.55	0.48

3.2 Problemi nell'utilizzo di valori concatenati

3.2.1 Distorsione nella stima delle quote relative

Una prima cautela da tenere presente nell'uso di aggregati concatenati deriva dal fatto che essi espandono la dinamica delle quantità mediante il sistema dei prezzi dell'anno di riferimento, ignorando la dinamica dei prezzi relativi. Ora, considerazioni economiche elementari suggeriscono che, perlomeno in termini relativi, la crescita dei volumi è tipicamente associata ad una flessione dei prezzi relativi. Ad esempio, la quota sul PIL degli Stati Uniti di consumi finali di prodotti informatici nel secondo trimestre del 2003 è del 4.9% se calcolata in base ai valori concatenati con anno di riferimento 1996, ma solo dello 0.7% se calcolata in base ai valori a prezzi correnti (Landfeld, Moulton e Vojtech, 2003). La ragione di questa discrepanza è ovviamente il forte calo dei prezzi dei computer rispetto a quelli degli altri beni e servizi che ha in buona misura causato l'altrettanto forte crescita della quantità di PC venduti tra il 1996 ed il 2003. Detto in altri termini: se i prezzi dei computer non fossero diminuiti rispetto a quelli degli altri beni la loro domanda non sarebbe certamente cresciuta nella stessa misura. Quindi, è ovvio che calcolare delle quote relative che tengono conto solo dell'aumento dei volumi e non della diminuzione dei prezzi è chiaramente errato.

Riassumendo:

- i valori *a prezzi correnti* sono indicati per confronti contemporanei; ad esempio, calcolo delle quote del reddito nazionale distribuite al lavoro ed al capitale, rapporto tra consumi finali e PIL, quote del consumo di una certo tipo di beni sul totale dei consumi.

- i valori *concatenati* sono indicati per confronti nel tempo; ad esempio, della velocità della crescita di un aggregato in periodi diversi.

3.2.2 Non additività

La seconda cautela deriva dal fatto che, come dimostrato in Appendice, gli indici concatenati non soddisfano la *proprietà dell'additività:* l'indice calcolato per una qualsiasi grandezza è infatti diverso dalla media ponderata degli indici per le sue componenti (proprietà invece posseduta dagli indici di Laspeyres e Paasche a base fissa). Poiché i valori ai prezzi dell'anno di riferimento non sono altro che indici di volume concatenati riscalati con i valori assunti dai rispettivi aggregati in tale anno, ne segue che *la somma delle componenti concatenate* (pari alla somma degli indici di volume concatenati per le componenti riscalati con il rispettivo valore nell'anno di riferimento) in generale *è diversa dall'aggregato concatenato* (pari all'indice di volume concatenato per l'aggregato riscalato con il valore nell'anno di riferimento). La differenza, in effetti non grande, è tuttavia mai del tutto trascurabile, come si può verificare dalla Tav. 1. Prendendo come anno di riferimento il 2000, nel periodo 1970-2005 la massima discrepanza tra il valore concatenato delle risorse e la somma delle risorse concatenate si ha nel 1990, quando è pari a circa 3 miliardi di Euro 2000 (0.25% della somma delle risorse concatenate).

Tav. 1 Aggregazione di valori concatenati

	1970	*1980*	*1990*	*2000*	*2005*
Y_0	552 278	802 050	1 017 430	1 191 057	1 229 568
M_0	80 575	127 885	215 115	311 107	323 776
$(Y + M)_0$	633 042	930 119	1 235 551	1 502 164	1 552 877
$Y_0 + M_0$	632 853	929 935	1 232 545	1 502 164	1 553 344
scarto	−188.9	−183.5	−3 005.9	–	−467.2
scarto × 100	−0.0298	−0.0197	−0.2433	–	0.0301

Y_0 : PIL concatenato, anno di riferimento 2000;
M_0 : Importazioni concatenate, anno di riferimento 2000;
$(Y + M)_0$: Risorse totali concatenate, anno di riferimento 2000;
scarto × 100 : rispetto a $(Y + M)_0$;
milioni di Euro dal 1999; milioni di Eurolire per gli anni precedenti.
Fonte: Istat, *Conti Economici Nazionali, Anni 1970-2005.*

Un'ulteriore importante conseguenza pratica della non additività è che i contributi alla crescita forniti dalle varie componenti del PIL calcolati utilizzando le usuali formule per aggregati additivi saranno distorti. La soluzione scelta da Eurostat, ed adottata quindi dall'Istat, è di definire i contributi alla crescita del PIL dall'anno $t-1$ all'anno t fornito dalla componente X come il rapporto tra la variazione assoluta del valore di questa componente ai prezzi dell'anno $t-1$ ed il PIL di tale anno a prezzi correnti:

$$\Delta_x = \frac{X_{t-1,t} - X_{t-1,t-1}}{PIL_{t-1,t-1}}$$

La logica di questa definizione è immediatamente evidente se ipotizziamo che X sia composta da un solo bene omogeneo, per cui $X_{t-1,t} = P_{t-1}Q_t$. In questo caso abbiamo infatti:

$$\begin{aligned}\Delta_i &= \frac{P_{t-1}Q_t - P_{t-1}Q_{t-1}}{PIL_{t-1,t-1}} \\ &= \frac{P_{t-1}Q_{t-1}}{PIL_{t-1,t-1}}\left(\frac{Q_t}{Q_{t-1}} - 1\right) \\ &= \frac{P_{t-1}Q_{t-1}}{PIL_{t-1,t-1}}\frac{\Delta Q_t}{Q_{t-1}}\end{aligned}$$

ossia, il contributo alla crescita risulta pari alla crescita in volume di X, $\frac{\Delta Q_t}{Q_{t-1}}$,ponderata con la quota che esso aveva sul PIL nel periodo iniziale, $\frac{P_{t-1}Q_{t-1}}{PIL_{t-1,t-1}}$.

3.3 La non additività degli indici concatenati

Come accennato in precedenza, gli indici di Laspeyres e Paasche a base fissa per un aggregato sono pari alle medie ponderate degli indici per le componenti. Questa proprietà non vale invece per gli indici concatenati. Vediamo la dimostrazione, ripresa da Cristadoro e Sabatini (1999). Consideriamo per semplicità il caso di un indice di tipo Laspeyeres (indicato come I) calcolato su un paniere di N prodotti, di cui i primi N_A appartengono alla componente A (ad esempio, i beni non durevoli) ed i restanti $N_B = N - N_A$ alla componente B (i beni durevoli). Il peso di ogni prodotto è $v_{it} = V_{it}/V_t$, dove $V_t = \sum_{i=1}^{N} V_{it}$. Definiamo inoltre $V_{At} = \sum_{i=1}^{N_A} V_{it}$ e $V_{Bt} = \sum_{i=N_A+1}^{N} V_{it}$, ed i relativi pesi $v_t^A = V_{At}/V_t$ e $v_t^B = V_{Bt}/V_t$.

Consideriamo tre periodi, 0, 1, 2. L'indice per il mese m dell'anno 2, con base di calcolo il dicembre dell'anno precedente, $(1 : 12)$ e base dei pesi la media di tale anno, è dato da:

$$I_{t:m} = \sum_{i=1}^{N} v_{i1}\frac{p_{i2:m}}{p_{i1:12}}$$

Indicando con $I_{1:m}^j, j = A, B$, l'indice di Laspeyres per la componente j al tempo $1 : m$ per l'additività degli indici di Laspeyres possiamo scrivere

$$I_{2:m} = v_1^A I_{2:m}^A + v_1^B I_{t:m}^B.$$

Verifichiamo ora se questa proprietà vale anche per gli indici concatenati (indicati come C). L'indice concatenato aggregato è definito come

$$C_{2:m} = c_2 I_{2:m} \tag{3.3.1}$$

dove il fattore di concatenamento c_2 è semplicemente l'indice binario per $1 : 12$:

$$\begin{aligned}c_2 &= I_{1:12} \qquad (3.3.2)\\ &= \sum_{i=1}^{N} v_{i0}\frac{p_{i1:12}}{p_{i0:12}}.\end{aligned}$$

Gli indici concatenati settoriali sono analogamente definiti come:

$$C_{2:m}^j = c_2^j I_{2:m}^j,\ j = A, B. \tag{3.3.3}$$

dove $c_2^j = I_{1:12}^j, j = A, B$.

Più avanti tornerà utile la seguente annotazione. Il fattore di concatenamento aggregato non è nient'altro che il numero indice aggregato per 1 : 12; quindi, per la proprietà di additività degli indici binari, è pari alla media ponderata degli indici settoriali per 1 : 12, che a loro volta sono i fattori di concatenamento settoriali. Notare che la base dei pesi per tali indice è ovviamente l'anno prima, 0, quindi c'è una differenza di due anni tra l'indice di tempo dei fattori di concatenamento e gli indici di tempo dei pesi:

$$\begin{aligned} c_2 &= v_0^A I_{1:12}^A + V_0^B I_{1:12}^B \\ &= v_0^A c_2^A + V_0^B c_2^B. \end{aligned} \tag{3.3.4}$$

La domanda a questo punto è la seguente: l'indice concatenato aggregato (3.3.1) è pari alla media ponderata degli indici concatenati settoriali (3.3.3), ovvero vale l'uguaglianza $C_{2:m} = v_1^A C_{2:m}^A + V_1^B C_{2:m}^B$?

Ricordando la definizione del fattore di concatenamento (3.3.2) e che $I_{2:m} = V_1^A I_{2:m}^A + V_1^B I_{2:m}^B$, il primo membro, $C_{2:m}$, può essere sviluppato come segue:

$$\begin{aligned} C_{2:m} &= c_2 I_{2:m} \\ &= c_2(v_1^A I_{2:m}^A + v_1^B I_{2:m}^B) \\ &= c_2 v_1^A I_{2:m}^A + c_2 V_1^B I_{2:m}^B. \end{aligned} \tag{3.3.5}$$

Mentre il secondo membro, sulla base della (3.3.3), come:

$$V_1^A C_{2:m}^A + V_1^B C_{2:m}^B = V_1^A c_2^A I_{2:m}^A + V_1^B c_2^B I_{2:m}^B. \tag{3.3.6}$$

Quindi, l'uguaglianza che garantisce quella di indice concatenato aggregato e media ponderata degli indici concatenati settoriali può anche essere espressa come:

$$c_2 v_1^A I_{2:m}^A + c_2 v_1^B I_{2:m}^B = v_1^A c_2^A I_{2:m}^A + v_1^B c_2^B I_{2:m}^B,$$

ovvero

$$v_1^A (c_2 - c_2^A) I_{2:m}^A + v_1^B (c_2 - c_2^B) I_{2:m}^B = 0. \tag{3.3.7}$$

La (3.3.7) è banalmente realizzata se fattori di concatenamento sono tutti uguali ($c_2 = c_2^A = c_2^B$). Ricordando che i fattori di concatenamento non sono altro che gli indici dei prezzi per il periodo 1 : 12, questo accade se la crescita dei prezzi in tale periodo è stata identica per le due componenti, A e B. Esistono anche casi non banali in cui essa può essere verificata? Per rispondere a questa domanda esprimiamo innanzitutto le differenze tra il fattore di concatenamento aggregato e quelli settoriali, $(c_2 - c_2^A)$ e $(c_2 - c_2^B)$, in funzione della differenza tra i due fattori settoriali, c_2^A e c_2^B. Dalla (3.3.2), aggiungendo e sottraendo c_2^A :

$$\begin{aligned} c_2 &= v_0^A c_t^A + v_0^B c_2^B \\ &= c_2^A + (v_0^A - 1) c_2^A + V_0^B c_2^B \end{aligned}$$

e quindi, ricordando che $v_0^A + v_0^B = 1$,ovvero $v_0^A - 1 = -v_0^B$, risistemando:

$$c_2 - c_2^A = v_0^B (c_2^B - c_2^A).$$

Operando analogamente otteniamo per $(c_2 - c_2^B)$:

$$c_2 - c_2^B = -v_0^A(c_2^B - c_2^A).$$

Sostituendo nella (3.3.7) abbiamo:

$$v_1^A v_0^B (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^A - v_1^B v_0^A (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^B = 0. \tag{3.3.8}$$

che è vera se e solo se:

$$I_{2:m}^A \frac{v_1^A}{v_0^A} = I_{2:m}^B \frac{v_1^B}{v_0^B}. \tag{3.3.9}$$

La (3.3.9) può essere espansa in diversi modi. Ad esempio:

$$\begin{aligned} \frac{I_{2:m}^A}{I_{2:m}^B} &= \frac{v_0^A}{v_1^A} \frac{v_1^B}{v_0^B} \\ &= \frac{v_0^A}{v_0} \frac{v_1}{v_1^A} \frac{v_1^B}{v_1} \frac{v_0}{v_0^B} \\ &= \frac{v_0^A}{v_1} \frac{v_1^B}{v_0^B} \\ &= \frac{v_1^B / v_0^B}{v_1^A / v_0^A} \end{aligned}$$

Quindi, si ha additività se e solo se la dinamica dei prezzi relativi tra 1 : 12 e 2 : m, misurata dal rapporto degli indici settoriali $I_{2:m}^A / I_{2:m}^B$, è (esattamente) inversamente proporzionale a quella dei volumi relativi medi annui tra l'anno 0 e l'anno 1, misurata dal rapporto $\frac{V_1^B / V_0^B}{V_1^A / V_0^A}$. E' chiaro che questa condizione è talmente restrittiva che in pratica non si realizzerà mai.

Bibliografia

[1] Cristadoro, R. e R. Sabbatini (1999) "I Numeri Indice dei prezzi al consumo: il dibattito recente ed i principali utilizzi nell'analisi congiunturale in Italia", DCNAPS-Università "La Sapienza", *Ricerche* n. 27.

[2] Istat (2004) *Inventario sulle fonti e i metodi di calcolo per le valutazioni a prezzi costanti,* Roma.

[3] Landfeld, J.S., B.R. Moulton e C.M. Vojtech (2003) "Chained-Dollar Indexes" *Survey of Current Business,* Novembre, pp. 8-16.

[4] Maresca, S. e C. Squarcio (2005) "Gli effetti del concatenamento annuale sulle componenti del Conto delle Risorse e degli Impieghi" Istat, Roma.

Capitolo 4

Il confronto di aggregati economici nello spazio: le Parità di Potere di Acquisto

4.1 Introduzione

Accanto al problema di valutare l'evoluzione nel tempo di aggregati misurati in termini monetari si presenta spesso quello di confrontare aggregati di valore tra località diverse di uno stesso paese o perfino di paesi diversi, che a loro volta possono utilizzare la stessa valuta oppure addirittura avere valute diverse. Ad esempio, i docenti delle scuole italiane sono pagati più o meno dei loro colleghi tedeschi? Sia l'Italia che la Germania adottano l'Euro, quindi apparentemente una risposta potrebbe essere data semplicemente confrontando i valori degli stipendi medi. Tuttavia, è ovvio che non si tratta di una risposta soddisfacente. Esattamente come nel caso dei confronti nel tempo, quello che interessa sono le differenze del potere di acquisto degli stipendi in volume, e non dei valori nominali. Dobbiamo quindi tenere conto anche delle differenze nei livelli dei prezzi. Un maggiore stipendio nominale non garantisce un maggiore potere di acquisto se il differenziale dei livelli dei prezzi è ancora più ampio[1].

La questione diventa ancora più complicata se desideriamo confrontare i nostri docenti con i loro colleghi britannici, perché è necessario convertire gli stipendi di questi ultimi da Sterline in Euro. A questo scopo potremmo avere la tentazione di utilizzare i tassi di cambio di mercato. E' tuttavia ovvio che questa semplice soluzione è decisamente sconsigliabile, perché tali tassi sono spesso soggetti ad ampie fluttuazioni di breve-medio termine di natura largamente finanziaria. Ad esempio, tra marzo 2007 ed il febbraio 2008 il cambio Sterlina/Euro è cresciuto di oltre il 10%, da circa 0.68 Sterline per 1 Euro a circa 0.75. Quindi, uno stipendio nominale fissato in Sterline risulterebbe calato in pari proporzione una volta espresso in Euro, rendendo ogni confronto largamente privo di significato.

[1] Formalmente: anche nel caso in cui per i salari vale $W_A/W_B > 1$, se i livelli dei prezzi sono tali che $P_A/P_B > W_A/W_B$ avremo $W_A/P_A < W_B/P_B$. Il potere di acquisto dei salari sarà quindi *maggiore* nella località in cui essi sono *minori* in termini nominali.

Lo scopo delle Parità di Potere d'Acquisto (PPA; nella terminologia inglese Purchasing Power Parities*, PPP) è proprio quello di confrontare i livelli dei prezzi in località diverse, appartenenti o meno alla stessa area valutaria. Nel secondo caso costituiscono dei tassi di conversione tra valute alternativi ai tassi di cambio di mercato.*

Nella forma più semplice, ovvero quella di PPA per un singolo prodotto, non è altro che il rapporto dei prezzi (ovvero, il numero indice elementare) del bene in esame nei due paesi espressi nelle rispettive valute. E' infatti immediato vedere che applicando un tale tasso di conversione tra le valute il prezzo del bene sarebbe esattamente lo stesso nei due paesi: da cui il termine "Parità di Potere d'Acquisto". Ad esempio, supponiamo che un oggetto costi 20 Euro in Italia e 160 Corone in Norvegia. Il cambio PPA per quello specifico oggetto tra Corona e Euro sarà 160/20=8: al tasso di cambio di 8 Corone per 1 Euro il costo è esattamente lo stesso nei due paesi. Applicando questo principio il settimanale *Economist* pubblica da molti anni delle stime dei cambi PPA utilizzando il prezzo degli hamburger "BigMac" in diversi paesi del mondo.

Come accennato nell'esempio sopra, le PPA diventano particolarmente importanti nel caso di analisi su più paesi. Prendiamo per esempio il problema del calcolo dell'indice dei prezzi al consumo per l'Unione Europea. Per calcolare una media ponderata degli indici nazionali (alcuni esempi sono riportati nella Tav. 1) è necessario disporre di stime del peso delle diverse economie. Dato l'oggetto dell'indice i pesi più adatti sono le quote dei consumi sul totale dell'Unione: è quindi necessario convertire flussi di consumo espressi in valute diverse (Euro, Sterline, Corone, ecc.) in una stessa unità di misura. Sappiamo però che nel periodo 2007-2008 il valore dei consumi del Regno Unito espressi in Euro risulterebbe calato del 10% a parità di altri fattori. E' opportuno che il peso relativo del Regno Unito nel calcolo dell'indice diminuisca in tale misura in un periodo così breve? Evidentemente no. E' però chiaro che non è nemmeno possibile basare la conversione sulla PPA di un particolare prodotto, come nell'esempio del BigMac. E' quindi necessario costruire dei tassi di conversione basati sui *sistemi dei prezzi* nei paesi in esame, cioè delle *PPA aggregate*.

Nei casi, come questo, in cui questo obiettivo debba essere raggiunto per un insieme di N paesi dobbiamo tenere conto di un aspetto particolarmente importante del problema. In un insieme di N paesi esistono $N(N-1)/2$ possibili coppie di paesi, e quindi altrettante PPA aggregate PPA_{jk}, $j,k=1,\ldots,N$. Ora, i prezzi in ogni coppia (j,k) possono essere confrontati anche indirettamente, confrontando i rapporti dei loro prezzi con paese terzo x. Possiamo quindi definire le *PPA indirette*, date dai rapporti delle PPA di j e k con x:

$$PPA(x)_{jk} = \frac{PPA_{jx}}{PPA_{kx}}$$

Nel caso in cui le PPA siano calcolate utilizzando l'indice di Fisher, che soddisfa la proprietà dell'inversione delle basi ($PPA_{kx} = PPA_{xk}^{-1}$) la PPA indiretta può anche essere scritta come:

$$PPA(x)_{jk} = PPA_{jx}PPA_{xk}.$$

E' chiaro che ci aspettiamo implicitamente che un insieme di PPA rispetti la transitività, ovvero che $PPA(x)_{jk} = PPA_{jk}\ \forall x$, ovvero che si ottenga lo stesso risultato confrontando il livello dei prezzi tra j e k direttamente ed indirettamente attraverso una qualsiasi altro paese x. Formalmente, un insieme di PPA è transitivo se la transitività vale per ogni coppia di indici dell'insieme: $PPA(x)_{jk} = PPA_{jk}\ \forall x, j, k$. Questo proprietà è banalmente soddisfatta nel caso di PPA elementari[2], ma non in quello degli indici ponderati con le comuni formule (neanche quella di Fisher). *Il punto chiave della costruzione di PPA aggregate è proprio definire delle trasformazioni delle formule base che la soddisfino.* Nel prossimo paragrafo esamineremo una delle più diffuse, utilizzata sia dall'OECD che da Eurostat.

Tav.1
L'inflazione in Europa
Indici dei prezzi al consumo armonizzati 2007:12 base 2005=100

	Italia	*UK*	*Francia*	*Germania*	*Danimarca*	*Ungheria*
Indice	106.2	106.2	105.26	105.9	104.8	115.11
Valuta	Euro	Sterlina	Euro	Euro	Corona	Fiorino

Fonte: Eurostat.

4.2 Le PPP OECD-Eurostat

Esistono diversi metodi alternativi per calcolare delle PPA transitive. Tra i più importanti, l'EKS (Eltetö e Köves, 1964, Szulc, 1964) il Geary-Khamis/Gerardi (Geary, 1958, Khamis, 1984, Gerardi, 1982) ed il *Country Product Dummy* (Summers, 1973). I primi due sono attualmente utilizzati nell'*International Comparison Programme* (ICP) delle Nazioni Unite (United Nations, 1992). In questi appunti ci concentreremo sul primo, l'EKS, utilizzato dall'OECD ed Eurostat per un insieme di 52 paesi (Eurostat-OECD, 2005).

La procedura EKS applicata da Eurostat-OECD[3] per ottenere un insieme di PPA aggregate si divide in quattro fasi. Nella prima vengono calcolate le PPA non transitive per aggregati al massimo livello di disaggregazione possibile, detto *basic heading* nella terminologia inglese. Questo livello, determinato dalla disponibilità di pesi, coincide in Italia con le *posizioni rappresentative*. Nella seconda fase, sulla base di queste PPA non transitive, vengono calcolate le PPA elementari transitive. Queste vengono poi aggregate in PPA aggregate (terza fase) ed infine rese transitive (quarta fase). Vediamo più in dettaglio ciascuna di queste fasi.

1. **Calcolo delle PPA elementari non transitive**

[2] $PPA_{jk} = \frac{P_j}{P_k} = \frac{P_j/P_x}{P_k/P_x} = PPA(x)_{jk}$.

[3] In realtà la procedura effettivamente applicata è la variante cosiddetta EKS-Sergeev (in breve EKS-S), più robusta rispetto a differenze nella rappresentatività dei prodotti nei diversi paesi del metodo base. Qui ci limiteremo a descrivere le caratteristiche principali del metodo EKS, senza entrare nei dettagli dell'EKS-S.

Un concetto chiave nel calcolo delle PPA è quello di *beni rappresentativi*, ovvero venduti in quantità sufficientemente elevata in un paese da poter considerare il suo prezzo tipico di un segmento del mercato. Come nell'esempio precedente, supponiamo di essere interessati ai confronti tra un insieme di N paesi. Fissando l'attenzione su di una specifica posizione rappresentativa (ad esempio, "Frutta", che comprende 16 prodotti diversi) per ciascun paese x avremo un insieme di beni rappresentativi, indicato con R_x, di numerosità N_x. Il problema è che usualmente i beni non rappresentativi, poco diffusi, hanno prezzi ovviamente superiori a quelli rappresentativi, per definizione largamente diffusi. Nell'esempio della posizione rappresentativa "Frutta", è ad esempio ovvio che i frutti esotici hanno prezzi anche largamente superiori a quelli dei frutti di produzione interna normalmente consumati. Nel caso del confronto tra i paesi j e k per la posizione rappresentativa p, prendendo come base il paese j possiamo tenere conto di questo fatto definendo due indici non ponderati[4], uno ristretto ai beni rappresentativi in j e l'altro a quelli rappresentativi in k, e prenderne quindi la media. Formalmente:

$$L^p_{jk} = \prod_{l \in R_j} \left[\frac{p_{lk}}{p_{lj}}\right]^{\frac{1}{N_j}}$$

$$P^p_{jk} = \prod_{l \in R_k} \left[\frac{p_{lk}}{p_{lj}}\right]^{\frac{1}{N_k}}$$

dove i simboli "L" e "P" derivano dal fatto che nel primo caso i beni inclusi nella media sono rappresentativi del paese base (j), e quindi l'indice richiama la formula di Laspeyres, mentre nel secondo del paese k, e quindi l'indice richiama la formula di Paasche. La loro media geometrica può quindi essere pensata come un indice di Fisher:

$$F^p_{jk} = \sqrt{L^p_{jk} P^p_{jk}}.$$

Gli indici F^p_{jk}, $j, k = 1, \ldots, N$, che costituiscono un insieme di PPA elementari non transitive per i nostri N paesi sono la base per il passo successivo della procedura.

2. **Calcolo delle PPA elementari transitive**

La procedura EKS permette infatti di ottenere delle PPA transitive a partire da quelle che non godono di questa proprietà. Il principio è quello di cercare l'indice ignoto EKS^p_{jk} che minimizza lo scostamento log-quadratico dall'insieme delle PPA indirette $F(x)^p_{jk} = F^p_{jx}/F^p_{kx} = F^p_{jx}F^p_{xk}$:

$$MinD = \sum_{x \neq j,k} [\ln(EKS^p_{jk}) - \ln(F^p_{jx}F^p_{xk})]^2$$

[4]Nel senso usuale del termine. In realtà questi indici possono essere pensati come indici ponderati con pesi binari 0/1 che selezionano gli elementi effettivamente inclusi nella media. Ponendo ad esempio $\lambda_l = 1$ se $l \in R_j$ e 0 altrimenti, abbiamo infatti $\prod_{l=1}^{N} \left(\frac{p_{lk}}{p_{lj}}\right)^{\lambda_l} = \prod_{l \in R_j} \frac{p_{lk}}{p_{lj}}$. La variante EKS-Sergeev considera tre indici: per i beni rappresentativi in ognuno dei due paesi ed in ambedue.

Derivando rispetto a EKS^p_{jk}:

$$2\sum_{x\neq j,k}[\ln(EKS^p_{jk}) - \ln(F^p_{jx}F^p_{xk})](1/EKS^p_{jk}) = 0$$

da cui

$$\sum_{x\neq j,k}\ln(EKS^p_{jk}) = \sum_{x\neq j,k}\ln(F^p_{jx}F^p_{xk})$$

risistemando:

$$\ln(EKS^p_{jk})^N = \ln\left(\prod_{x\neq j,k}F^p_{jx}F^p_{xk})\right)$$

ovvero

$$EKS^p_{jk} = \sqrt[N-2]{\prod_{x\neq j,k}F^p_{jx}F^p_{xk}} = \sqrt[N-2]{\prod_{x\neq j,k}\frac{F^p_{jx}}{F^p_{kx}}}$$

che rende evidente come l'indice cercato non sia altro che la media geometrica delle PPA indirette.

3. **Calcolo delle PPA aggregate**

A questo punto possiamo aggregare le PPA su tutte (o parte de) le posizioni rappresentative $p = 1, \ldots, P$. Poiché le PPA transitive EKS non godono della proprietà dell'additività non è possibile semplicemente calcolare delle medie ponderate di queste ultime; è necessario procedere diversamente. Definiamo innanzitutto le aggregazioni di tipo Laspeyres e Paasche dei P indici EKS calcolati per ogni posizione rappresentativa:

$$L_{jk} = \sum_{p=1}^{P}\theta_{pj}EKS^p_{jk}$$
$$P_{jk} = \sum_{p=1}^{P}\theta_{pk}EKS^p_{jk}$$

dove θ_{pj} e θ_{pk} sono i pesi della posizione rappresentativa p rispettivamente nel paese j (base) e nel paese k. Per sintetizzare queste due PPA aggregate ottenendo una misura di uguale caratteristicità (ovvero, capacità di rappresentare la struttura dei consumi) rispetto ai due paesi prendiamo la media geometrica, ottenendo quindi una PPA aggregata di tipo Fisher unica per ogni coppia (j, k):

$$\begin{aligned} F_{jk} &= \sqrt{L_{jk}P_{jk}} \\ &= \sqrt{(\sum_{p=1}^{P}\theta_{pj}EKS^p_{jk})(\sum_{p=1}^{P}\theta_{pk}EKS^p_{jk})}. \end{aligned}$$

4. **Calcolo delle PPA aggregate transitive**

Le $N(N-1)/2$ PPA così ottenute non sono tuttavia transitive: per renderle tali dobbiamo applicare nuovamente la procedura EKS come già fatto a livello elementare:

$$\begin{aligned} EKS_{jk} &= \sqrt[N-2]{\prod_{x\neq j,k}F_{jx}F_{xk}} \\ &= \sqrt[N-2]{\prod_{x\neq j,k}\frac{F_{jx}}{F_{kx}}} \end{aligned}$$

E' facile vedere che per N grande gli EKS_{jk} tendono alla transitività. Operando per comodità con i logaritmi la PPA indiretta può essere sviluppata come segue:

$$
\begin{aligned}
\ln(EKS_{jz}EKS_{zk}) &= \ln(EKS_{jz}) + \ln(EKS_{zk}) \\
&= \frac{1}{N-2}\sum_{x\neq j,z} \ln(\frac{F_{jx}}{F_{zx}}) + \frac{1}{N-2}\sum_{x\neq z,k} \ln(\frac{F_{zx}}{F_{kx}}) \\
&= \frac{1}{N-2}\left[\left(\sum_{x\neq j,z,k} \ln(\frac{F_{jx}}{F_{zx}}) + \ln(\frac{F_{jk}}{F_{zk}})\right) + \left(\sum_{x\neq z,k,j} \ln(\frac{F_{zx}}{F_{kx}}) + \ln(\frac{F_{zj}}{F_{kj}})\right)\right] \\
&= \frac{1}{N-2}\left(\sum_{x\neq j,z,k} \ln(\frac{F_{jx}}{F_{zx}}) + \sum_{x\neq j,z,k} \ln(\frac{F_{zx}}{F_{kx}})\right) + \frac{1}{N-2}\left(\ln(\frac{F_{jk}}{F_{zk}}) + \ln(\frac{F_{zj}}{F_{kj}})\right) \\
&= \frac{1}{N-2}\sum_{x\neq j,z,k}\left(\ln(\frac{F_{jx}}{F_{zx}}) + \ln(\frac{F_{zx}}{F_{kx}})\right) + \frac{1}{N-2}\left(\ln(\frac{F_{jk}}{F_{zk}}) + \ln(\frac{F_{zj}}{F_{kj}})\right) \\
&= \frac{1}{N-2}\sum_{x\neq j,z,k} \ln(\frac{F_{jx}}{F_{kx}}) + \frac{1}{N-2}\left(\ln(\frac{F_{jk}}{F_{zk}}) + \ln(\frac{F_{zj}}{F_{kj}})\right)
\end{aligned}
$$

In modo analogo la PPA diretta può essere scritta come:

$$
\begin{aligned}
\ln(EKS_{jk}) &= \frac{1}{N-2}\sum_{x\neq j,k} \ln(\frac{F_{jx}}{F_{kx}}) \\
&= \frac{1}{N-2}\sum_{x\neq j,k,z} \ln(\frac{F_{jx}}{F_{kx}}) + \frac{1}{N-2}\ln(\frac{F_{jz}}{F_{kz}})
\end{aligned}
$$

Quindi la differenza tra le PPA diretta ed indiretta è pari a

$$
\ln(EKS_{jz}EKS_{zk}) - \ln(EKS_{jk}) = \frac{1}{N-2}\left(\ln(\frac{F_{jk}}{F_{zk}}) + \ln(\frac{F_{zj}}{F_{kj}}) - \ln(\frac{F_{jz}}{F_{kz}})\right)
$$

ed EKS effettivamente soddisfa asintoticamente la transitività, in quanto

$$
\begin{aligned}
lim_{N\to\infty}\left[\ln(EKS_{jz}EKS_{zk}) - \ln(EKS_{jk})\right] &= \\
&= lim_{N\to\infty}\frac{1}{N-2}\left(\ln(\frac{F_{jk}}{F_{zk}}) + \ln(\frac{F_{zj}}{F_{kj}}) - \ln(\frac{F_{jz}}{F_{kz}})\right) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

Alcune annotazioni:

- Come evidente da tutte le formulazioni delle PPA transitive, la transitività contrasta con un'altra proprietà che appare naturale per confronti nello spazio, la *caratteristicità*. Una PPA per la coppia di paesi (j, k) si dice caratteristica quando riflette prezzi e quantità di questi due paesi, e solo di questi; all'opposto, le PPA EKS dipendono dai prezzi di *tutti* i paesi (e dalle quantità nel caso delle PPA aggregate costruite nella terza fase). Un'implicazione paradossale che EKS_{jk} può cambiare anche se *tutti* i prezzi in *ambedue* i paesi sono costanti: è sufficiente che cambino dei prezzi in altri paesi, oppure che il campione venga allargato includendone di nuovi.

- I paesi hanno pesi identici nel calcolo delle PPA: EKS_{jk} dipende in uguale misura dagli indici F_{jx} ed F_{xk}.

- L'insieme di PPA EKS è multilaterale nel senso che non dipende dalla scelta di un paese base. Questa proprietà rende preferibile il metodo EKS, anche se più complesso, rispetto al semplice metodo "a stella" che, fissato il paese base, definisce le PPA tra due coppie di paesi semplicemente come il rapporto degli indici binari rispetto al paese base. E' infatti immediato vedere che cambiando quest'ultimo cambierebbero tutte le PPA.

4.2.1 I dati OECD

L'OECD pubblica dati sulle PPA e sui prezzi relativi tra coppie di paesi (*comparative price levels),* definiti come il rapporto delle PPA per la spese delle famiglie per consumi finali e dei tassi di cambio di mercato. Vediamo nel dettaglio l'interpretazione di questi dati.

4.2.1.1 PPA

Per comodità di presentazione nelle base dati OECD sono riportate solamente le PPA dei vari paesi rispetto agli USA, ma sfruttando la proprietà della transitività è immediato calcolare tutte le altre. Ad esempio, per il 2012 la PPA Australia/USA è 1.46. Quindi, il tasso di cambio tra Dollaro Australiano (AUD) e Dollaro USA (USD) che annulla le differenze dei prezzi tra i due paesi è 1.46 AUD per 1 USD. La PPA Italia/USA è 0.79, quindi il tasso di cambio Euro/USD che annulla le differenze dei prezzi tra Italia e USA è 0.79 Euro per 1 USD. Ne segue che il tasso di cambio Euro/AUD che annulla le differenze dei prezzi in Australia ed Italia è 0.79/1.46=0.54 Euro per 1 AUD. Nell'aprile 2013 il tasso di cambio di mercato era 0.79 Euro per 1 AUD, maggiore del cambio PPA. In base a questo termine di riferimento la valuta australiana sarebbe stata cioè sopravvalutata dello (0.79-0.54)/0.54=46%. Dopo circa un anno, nel marzo 2014, il cambio Euro/AUD era sceso a 0.67, muovendosi esattamente nella direzione suggerita dal confronto tra PPA e cambio di mercato.

Un punto molto importante da tenere presente nell'utilizzo pratico delle PPA è che a causa della complessità dei calcoli sui quali sono basate la loro varianza sul tempo è piuttosto alta (Lequiller e Blades, 2014, p. 96). In altri termini, vi possono essere oscillazioni da un anno all'altro dovute non a effettivi cambiamenti dei livelli relativi dei prezzi, ma banalmente all'imprecisione delle stime. Questo ha due implicazioni per l'uso pratico (Lequiller e Blades, 2014, p. 96-98):

(a) per effettuare i confronti nel tempo e tra paesi di aggregati di contabilità nazionale (ad es PIL o Consumi) è preferibile utilizzare le serie descritte dall'OECD come «constant prices, constant PPPs». Queste serie, ottenute utilizzando le PPA dell'anno base, sono concettualmente equivalenti a quelle che si otterrebbero applicando indici di volume agli aggregati a prezzi correnti e PPA dell'anno base. L'uso di un unico sistema di PPAevita le fluttuazioni dipendenti unicamente dalla volatilità delle stime delle PPA, ma introduce tuttavia la limitazione di bloccare il sistema di prezzi internazionali relativi all'anno base (analogamente a quanto accade con gli aggregati a prezzi costanti per i prezzi relativi).

(b) per effettuare invece solamente un confronto tra paesi aggiornato è preferibile utilizzare l'ultimo dato disponibile delle serie «current prices, current PPPs». In ogni caso, differenze tra paesi nel PIL pro capite inferiori al 5% non dovrebbero essere considerate significative, perché potrebbero essere annullate o addirittura invertite di segno utilizzando PPA per un anno diverso.

4.2.1.2 Prezzi relativi

I prezzi relativi OECD sono confronti di fatto che tengono conto dei livelli dei prezzi nelle diverse valute e dei tassi di cambio di mercato. Definiamo il prezzo di un bene negli USA in dollari come $P_{\$}^{USA}$, in Italia in Euro come P_{Euro}^{ITA}, ed il tasso di cambio come $Euro/\$$. Il prezzo del bene USA in Euro è quindi $P_{Euro}^{USA} = P_{\$}^{USA} \times (Euro/\$)$. Il prezzo relativo sarà perciò dato da

$$\frac{P_{Euro}^{ITA}}{P_{Euro}^{USA}} = \frac{P_{Euro}^{ITA}}{P_{\$}^{USA}\frac{Euro}{\$}} = \frac{\frac{P_{Euro}^{ITA}}{P_{\$}^{USA}}}{\frac{Euro}{\$}}$$

Ad esempio, nel febbraio 2013 l'indice dei prezzi relativi Australia/Italia era 138. L'interpretazione è che sono necessari ben 138 Euro per acquistare in Australia un paniere del valore di 100 Euro in Italia; questo forte divario è ovviamente spiegato da un tasso di cambio di mercato molto maggiore del cambio PPA, come visto sopra sopra.

E' interessante notare che dopo circa un anno (marzo 2014) il cambio Euro/AUD era sceso a 0.67, ed il prezzo relativo a 124. Quindi il mercato si è mosso esattamente nella direzione suggerita dal confronto tra PPA e cambio di mercato.

Bibliografia

[1] Drechsler, L. (1973) "Weighting of index numbers in multilateral comparisons" *The Review of Income and Wealth*, vol. 19, pp.17-34.

[2] EUROSTAT - OECD (2005) *Methodological manual on purchasing power parities,* Luxembourg.

[3] Eltetö, Ö. e P. Köves (1964) "One Index Computation Problem of International Comparisons" (in Ungherese) *Statisztikai Szemle*, vol. 42, pp. 507-518.

[4] Gerardi, D., (1982) "Selected Problems of Inter-Country Comparison on he Basis of the Experience of the EEC", *The Review of Income and Wealth*, vol. 28, 381-405.

[5] Gini, C. (1931) "On the circular test of index numbers" *International Review of Statistics*, vol. 9, pp. 3-25.

[6] Geary, R. C. (1958) "A note on the comparison of exchange rates and the purchasing power between countries" *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, vol. 121, pp. 97-99.

[7] Khamis, S. H. (1984) "On aggregation methods for international comparisons" *The Review of Income and Wealth*, Vol. 30, pp. 185-205.

[8] Lequiller, F., e D. Blades (2014) *Understanding National Accounts*, OECD, Parigi.

[9] Szulc, B. (1964) "Indices for Multiregional Comparisons" (in Polacco) *Przeglad Statystyczny*, pp. 239-254.

[10] Summers, R. (1973) "International comparisons with incomplete data" *The Review of Income and Wealth*, vol. 19, pp. 1-16.

[11] United Nations (1992) *Handbook of the International Comparison Programme* Department of Economic and Social Development, Statistical Division, Studies in Methods, Series F, N. 62, New York.

Capitolo 5

Gli indici dei mercati azionari

5.1 La Società per Azioni e le origini dei mercati azionari

La società per azioni (S.p.A.) è un'istituzione che, permettendo di separare il patrimonio personale da quello investito nelle imprese, ha giocato un ruolo importante nello sviluppo economico mondiale, soprattutto a partire dal XIX secolo. Con l'evoluzione dei mercati finanziari sono nati numerosi tipi di azioni, ma il tipo originario, e tuttora più comune, è l'*azione ordinaria*, che rappresenta semplicemente il possesso di una parte di un'impresa. Per esempio, se il capitale di una S.p.A. è suddiviso in 100 azioni acquistandone 10 si diventa proprietari del 10% della società. Si acquisisce quindi il diritto di intervenire nella gestione della stessa e di partecipare alla divisione degli eventuali utili (l'utile per azione è denominato quindi *dividendo*). Il punto chiave è che in genere i dividendi rappresentano solo una parte secondaria della remunerazione degli azionisti, mentre molto più importante è quella data dalla crescita del valore di mercato della società stessa, cioè del valore di tutte le azioni esistenti[1]. Questo dipende da due fattori in linea di principio bene identificabili, il *capitale materiale* (macchinari e impianti, importanti per le imprese di tecnologia tradizionale) e quello *non materiale* (brevetti, importanti per le imprese ad alta tecnologia, e marchi, importanti per i produttori di alcuni tipi di beni di consumo), e di uno più sfuggente, la fiducia degli investitori sulle sue prospettive di sviluppo[2].

Vale la pena a questo punto di aprire una piccola parentesi. Da quanto appena detto segue che una ondata di fiducia o sfiducia immotivata, ma diffusa, sulle prospettive di una società può provocare la creazione di differenziali anche ampi tra il suo valore effettivo e quello di mercato. Questi differenziali verranno assorbiti, ma solo nel medio-lungo termine. Quindi, un operatore che voglia

[1] Una delle più grandi società del mondo, la Microsoft, per molti anni non ha *mai* distribuito dividendi, preferendo utilizzare tutti i profitti per ampliare la propria attività. Il risultato è che una delle azioni vendute a 21 dollari alla quotazione iniziale del 3 marzo 1986 una ventina di anni dopo ne valeva circa 10.000.

[2] Ad esempio, la prima distribuzione di dividendi da parte di Microsoft venne considerata dagli analisti come un segnale negativo sulle ulteriori possibilità di crescita della società, con una conseguente, anche se a prima vista paradossale, flessione del prezzo delle azioni.

investire con successo *di breve termine* nei mercati azionari piuttosto che bravo nel valutare il valore effettivo delle società, deve esserlo nel capire come *gli altri operatori* le valutino. J. M. Keynes, abile investitore oltre che grande economista, descrisse questo stato di cose efficacemente nel capitolo 12 della *General Theory of Employment, Interest, and Money* (corsivi aggiunti):

> professional investment may be likened to those newspaper competitions in which the competitors have to pick out the six prettiest faces from a hundred photographs, the prize being awarded to the competitor whose choice most nearly corresponds to the average preferences of the competitors as a whole; so that *each competitor has to pick, not those faces which he himself finds prettiest, but those which he thinks likeliest to catch the fancy of the other competitors*

Fin qui potrebbe sembrare ancora semplice. In realtà il punto è che, continua Keynes:

> *all of whom* [the other competitors] *are looking at the problem from the same point of view.* It is not a case of choosing those which, to the best of one's judgment, are really the prettiest, nor even those which average opinion genuinely thinks the prettiest.

Quindi

> We have reached the third degree where *we devote our intelligences to anticipating what average opinion expects the average opinion to be.*

che, anche se sembra un gioco di parole, è una perfetta descrizione dell'attività degli investitori con obiettivi di breve periodo.

Tornando al punto principale di questi appunti, la sostanza della questione è che l'andamento del prezzo delle azioni è un dato molto importante per gli operatori che investono nei mercati azionari (la "Borsa"[3]). L'opportunità di disporre di indicatori che ne sintetizzassero l'andamento divenne evidente con la crescita che questi ebbero verso la fine del XIX secolo; i primi vennero creati da Charles Dow, direttore del *Wall Street Journal*, assieme al socio Edward Jones, per la borsa di New York. Coerentemente con l'importanza centrale delle ferrovie nello sviluppo economico americano, il primo (1884), *Dow Jones Transportation Average*, era basato sul valore delle azioni di nove compagnie ferroviarie, una di navigazione ed una di comunicazioni telegrafiche. Alcuni anni più tardi (1896) nacque l'indice destinato a diventare il più famoso del mondo, il *Dow Jones Industrial Average*, per la sua importanza spesso indicato semplicemente come "il Dow Jones". Si trattava semplicemente dalla media dei prezzi (non è quindi, al contrario degli indici dei prezzi al consumo, un numero puro) dei dodici principali titoli azionari

[3]" [Il nome deriva] Probabilmente da una piazza della città belga di Bruges, ritrovo di commercianti, nella quale sorgeva un palazzo abitato fin dal secolo XIV dalla famiglia di mercanti veneti Della Borsa (in olandese Van der Burse); il nome passò poi ad Anversa e di qui a Tolosa, Londra, ecc., e si generalizzò dopo la costruzione della "Bourse de Paris" nel 1719." (dal ≪Vocabolario della lingua italiana dell'Istituto della Enciclopedia Italiana fondato da Giovanni Treccani≫)

quotati sulla Borsa di New York, tutti emessi da società appartenenti al settore industriale.

Col tempo il Dow-Jones ha subito diverse modifiche: attualmente è composto dalle azioni emesse dalle prime trenta società per capitalizzazione (valore totale delle azioni) e liquidità (volume di scambi effettuati sul mercato), indipendentemente dal settore di appartenenza; dei titoli originari l'unico ancora presente nel paniere è quello della *General Electric*. Oltre al paniere è stato modificato anche il metodo di calcolo dell'indice. Con il passare del tempo, la media aritmetica semplice si rivelò un indicatore poco adatto a rappresentare l'andamento dei titoli, in quanto una serie di operazioni (fusioni, scissioni, aumenti di capitale) effettuate frequentemente dalle società emittenti possono alterare il valore delle singole azioni a parità di valore effettivo. Ad esempio, un *frazionamento azionario* (operazione di riduzione del valore nominale di un'azione, con conseguente aumento delle azioni in circolazione, lasciando invariato l'ammontare del capitale sociale; viene operato quando il valore unitario delle azioni diventa troppo alto per essere pratico negli scambi, come sarebbe ora il caso della Microsoft, il cui capitale è stato infatti frazionato più volte nel tempo) provoca una immotivata riduzione di un indice calcolato mediante la media aritmetica semplice. Per risolvere questi problemi è stato introdotto l'uso di fattori di correzione del divisore dell'indice. Ad esempio, in caso di frazionamento di uno dei titoli inclusi nell'indice il divisore viene ridotto, in modo da rendere il valore dell'indice pari a quello precedente all'operazione di frazionamento a parità di quotazioni dei titoli. Attualmente (Marzo 2013) il valore del divisore è 0.130216081, il che lo rende in effetti un moltiplicatore più che un divisore.

5.2 I principali indici dei mercati azionari italiani

I mercati azionari italiani sono gestiti dalla società *Borsa Italiana*, che fa parte del gruppo *London Stock Exchange*. Gli indici che descrivono l'andamento di questi mercati sono calcolati dalla società FTSE (*Financial Times Stock Exchange*). Diversamente dal Dow-Jones, gli indici FTSE Italia sono basati su medie ponderate dei prezzi delle azioni. Nel calcolo vengono poi inseriti diversi fattori di correzione, per cui il prezzo medio al tempo t risulta in conclusione definito come:

$$\overline{P}_{bt} = \overline{P}_{bt} = \textstyle\sum_{j=1}^{N} p_{jt} \left(\frac{s_{jb} f_{jb} c_{jb}}{D_b} \right) \tag{5.2.1}$$

dove:

- p_{jt} : prezzo dell'azione j al tempo t (tutti gli indici sono calcolati ogni 15 secondi);

ed il termine tra parentesi è il peso dato all'azione j, prodotto di:

- s_{jb} : numero di azioni della società j al tempo base dei pesi b;
- f_{jb} : fattore di investibilità, compreso tra 0 ed 1, al tempo base dei pesi b;

- c_{jb} : fattore di limitazione del peso relativo dell'azione j al tempo base dei pesi b;

- D_b: divisore al tempo base dei pesi b, funzione del numero totale di azioni e delle eventuali operazioni straordinarie (frazionamenti, fusioni, scissioni, ecc.). In assenza di tali operazioni $D_b = \sum_{j=1}^{N} s_{jb}$.

L'indice è quindi definito come

$$I_{bt} = \frac{\overline{P}_{bt}}{\overline{P}_{b_0 t_0}} S \tag{5.2.2}$$

dove t_0 è la data base, b_0 il relativo tempo base dei pesi, ed S un fattore di scala denominato *valore base* nella documentazione ufficiale degli indici.

E' importante sottolineare come la (5.2.2) non sia un indice dei prezzi nel senso statistico del termine, ma semplicemente una media normalizzata e riscalata. Come gli indici dei prezzi I_{bt} è infatti un numero puro, ma, diversamente da essi, non dipende solo dalla dinamica dei prezzi, ma anche da quella dei pesi e dei fattori di correzione, diversi nei due termini della frazione.

Alcuni commenti:

(*a*) Non vengono inclusi negli indici titoli scambiati in misura trascurabile, ovvero non sufficientemente *liquidi.* Vengono considerati tali titoli con un volume di scambi inferiore allo 0.025% del valore di emissione (la prima quotazione sul mercato) per 10 dei 12 mesi precedenti una revisione trimestrale, oppure inferiore allo 0.020% del valore delle azioni in circolazione per 8 dei 12 mesi precedenti una revisione trimestrale.

(*b*) I pesi ed i diversi coefficienti vengono aggiornati trimestralmente, nei mesi di marzo, giugno, settembre e dicembre in base ai dati dell'ultimo giorno del mese precedente (quindi nei mesi di dicembre, gennaio e febbraio b = 30 novembre, in marzo, aprile e maggio b = 28 o 29 febbraio, ecc.).

(*c*) La ponderazione per l'investibilità è resa necessaria dal fatto che a volte le azioni effettivamente disponibili sul mercato (il cosiddetto *flottante*) sono solo una parte del totale. Questo accade quando alcuni dei titolari delle azioni sono interessati al controllo della gestione operativa della società stessa, e quindi non le immettono sul mercato. Si parla in questo caso di *partecipazioni strategiche,* mentre se le azioni sono detenute al solo scopo di ricavarne valore si parla di *partecipazioni di portafoglio.* Il criterio seguito è di definire automaticamente come partecipazioni strategiche quelle superiori al 5% della capitalizzazione, sia individualmente, che come totale detenuto dai partecipanti a patti parasociali (accordi di azione comune), tra azionisti. Fanno eccezione fondi di investimento, SICAV e fondi pensione[4],

[4]Senza entrare nei dettagli, possiamo definire questi tre operatori come istituzioni finanziarie il cui scopo è raccogliere risparmio ed investirlo.

che per la loro natura si assumono interessati comunque unicamente al valore delle azioni detenute. Per le società di capitalizzazione totale inferiore ai 5 miliardi di Dollari (alle quotazioni ed i tassi di cambio Euro/dollaro di ottobre 2009, tutte tranne le dieci più grandi) se il flottante è inferiore al 15% della capitalizzazione il fattore di investibilità è zero, ed il titolo è quindi escluso dal calcolo. Per le società più grandi questo soluzione estrema si applica se il flottante è inferiore al 5%. Negli altri casi il fattore di investibilità non dipende dalla capitalizzazione, ed assume i valori riportati nella diverse colonne della Tav. 1.

Tav. 1 - Indici FTSE-Borsa Italiana: fattori di investibilità

F (%)	≤ 5	$6-15$	$16-20$	$21-30$	$31-40$	$41-50$	$51-75$	≥ 76
f	0	f_2	0.20	0.30	0.40	0.50	0.75	1

$$f_2 = \begin{cases} 0 & \textit{se capitalizzazione ¡ 5 miliardi \$} \\ 0.15 & \textit{se capitalizzazione ¿ 5 miliardi \$} \end{cases}$$

F: flottante; f: fattore di investibilità

(*d*) I fattori di limitazione del peso relativo hanno lo scopo di evitare che un titolo abbia un peso superiore ad un limite prefissato θ. Sono applicati per il calcolo del FTSE MIB ($\theta = 15\%$), FTSE Mid Cap e FTSE STAR ($\theta = 10\%$), mentre non sono applicati per il FTSE Italia All-Share. Il calcolo è iterativo:

1. Nel primo passo vengono identificati i titoli con peso superiore alla soglia fissata (10% o 15%) ed i relativi fattori di limitazione definiti in modo da renderli uguali alla soglia stessa. Omettendo per semplicità di notazione la base b:

$$c_{jb} = \theta \frac{D_b}{s_{jb} f_{jb}} \text{ se } s_j f_j D^{-1} > \theta$$

2. Nel secondo passo vengono aumentati in proporzione tutti gli altri pesi, definendo i rispettivi fattori come:

$$c_l = s_l (\textstyle\sum_{r=1}^{N} s_r f_r c_r)^{-1}, \forall l \neq j$$

2. Se necessario si ripete a questo punto il passo 1 (è possibile infatti che dei pesi inizialmente inferiori al limite massimo lo superino una volta riproporzionati), e quindi il 2, iterando finché tutti i pesi non sono minori della soglia fissata.

Vediamo ora i dettagli degli indici principali.

1. *FTSE MIB* (data base: 31.12.1997; valore base: $S = 24.401,54$). E' l'indice seguito con più attenzione dagli analisti, alle cui variazioni viene dato

ampio risalto anche dalla stampa. Comprende i 40 titoli principali per capitalizzazione e liquidità, per un valore totale pari all'80% del mercato[5]. La lista dei titoli inclusi viene aggiornata con frequenza trimestrale. Esiste anche una versione, denominata "Total return", che comprende anche il rendimento ottenuti dagli azionisti sotto forma di dividendi distribuiti, oltre a quello ("capital return") dato dalla variazione dei prezzi, colto dall'indice base[6]. E' calcolata in base alla seguente formula (anche qui per semplicità di notazione è omessa la base b):

$$R_t = \frac{R_{t-1} I_t}{I_{t-1} - d_t} \tag{5.2.3}$$

dove d_t è il rapporto tra il totale dei dividendi distribuiti corretto per il fattore di investibilità ed il divisore D_b (se il divisore fosse semplicemente il numero delle società incluse nell'indice d_t sarebbe quindi l'ammontare dei dividendi distribuiti in media da ogni società). Con alcuni banali passaggi possiamo riscrivere la (5.2.3) come

$$\frac{R_t}{R_{t-1}} = \left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\left(\frac{I_{t-1}}{I_{t-1} - d_t}\right)$$

che rende chiaro come la crescita dell'indice "Total return" sia pari a quella dell'indice base moltiplicata per un fattore proporzionale ai dividendi distribuiti, in quanto se $d_t > 0$ il termine $I_{t-1}/(I_{t-1} - d_t)$ è maggiore di 1.

2. *FTSE Italia All-Share* (data base: 19.12.2008; valore base: $S = 20.000$; questi parametri sono comuni a tutti gli indici FTSE Italia). Questo è l'indice a maggiore copertura. Comprende infatti azioni, sia nazionali che estere, per un valore totale pari al 95% della capitalizzazione totale della Borsa Italiana.

3. *FTSE Italia Mid Cap* (data base: 19.12.2008; valore base: $S = 20.000$). Comprende le prime 60 azioni per capitalizzazione di società italiane, prima della ponderazione per investibilità.

4. *FTSE Italia Small Cap* (data base: 19.12.2008; valore base: $S = 20.000$). Comprende le azioni di tutte le società più piccole (dalla 61^a in poi).

6. *FTSE Italia STAR* (data base: 19.12.2008; valore base: $S = 20.000$). La sigla significa "Segmento Titoli con Alti Requisiti". Comprende attualmente circa 70 medie imprese con particolari caratteristiche di modalità di gestione aziendale, trasparenza sull'attività svolta (ad esempio, tempestiva pubblicazione delle relazioni trimestrali) e liquidità del titolo.

[5] In effetti, i soli primi dieci titoli (ENI, Unicredito, ENEL, Intesa-Sanpaolo, Generali, Telecom Italia UBI, Saipem, Atlantia, Finmeccanica) coprono quasi il 70% del valore del mercato.

[6] Notare come tutti gli altri indici FTSE Italia (All shares, Mid, Small e Micro Cap, STAR) siano quindi indici di tipo "capital return".

Capitolo 6

Stima del capitale materiale

Il metodo comunemente utilizzato per ottenere una stima dello stock di capitale esistente in un sistema economico (edifici, macchinari, mezzi di trasporto, ecc. ecc.) è il cosiddetto "inventario permanente", introdotto da Goldsmith (1950), che sfrutta i dati sui flussi di investimento. Consideriamo per iniziare un caso semplificato al massimo:

1. esiste un solo tipo di bene capitale, che possiamo chiamare per semplicità "macchinari", la cui vita utile è sempre di N anni; in altri termini, i macchinari installati in ogni periodo restano in uso per N anni, per essere quindi tutti simultaneamente eliminati. Un tale schema è detto con *uscita simultanea.*

2. i prezzi sono fissi.

6.1 Un caso semplificato: prezzi fissi

Lo stock di capitale (K) installato nel periodo corrente, t, è in questo caso nient'altro che la somma di tutti gli investimenti (I) effettuati negli N anni precedenti:

$$K_t = \sum_{i=0}^{N} I_{t-i} \tag{6.1.1}$$

Ovviamente, l'ipotesi che tutti i macchinari installati in un dati istante abbiano esattamente la stessa durata di vita è nella gran parte dei casi del tutto irrealistica. Più verosimilmente, si può ipotizzare che una frazione costante di essi si guasti e venga eliminata in ogni periodo. Abbiamo cioè *distribuzione delle uscite lineare* rispetto al tempo. Mantenendo pari ad N periodi la durata massima di vita di un bene, sotto questa ipotesi la frazione dei macchinari installati nel periodo $(t-i)$ ancora in uso nel periodo t è pari a $(1-\frac{i}{N})I_{t-i}$. Infatti, se $i=0$ questa frazione è 1, in quanto tutti i macchinari restano in uso almeno per un periodo, mentre se $i=\frac{N}{2}$, ossia la metà della vita utile del capitale, essa è, come da attendersi, pari a $(1-\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$; infine, se $i=N$, abbiamo ovviamente

$(1 - \frac{N}{N}) = 0$. La (6.1.1) diviene quindi

$$K_t = \sum_{i=0}^{N} (1 - \frac{i}{N}) I_{t-i} \tag{6.1.2}$$

il cui significato è comunque ancora del tutto ovvio: lo stock di macchinari esistente in un dato istante dipende proporzionalmente di più dagli investimenti effettuati nei periodi più recenti. La (6.1.2) può essere facilmente generalizzata con leggi di ritiro dei beni meno rigide di quella lineare, ossia scrivendo

$$K_t = \sum_{i=0}^{N} \lambda_i I_{t-i} \tag{6.1.3}$$

dove λ_i è la frazione dei macchinari installati in un dato istante ancora in uso dopo i periodi. Una legge di ritiro molto utilizzata in pratica è la *normale troncata,* in cui l'ipotesi è che rispetto allo stock installato i ritiri siano pochi all'inizio (quando i beni capitali sono ancora nuovi), poi sempre più frequenti nella fase centrale della vita utile, e quindi di nuovo pochi nella fase finale della vita (relativamente allo stock installato inizialmente, per la semplice ragione che la gran parte dei macchinari sono già stati eliminati). La troncatura è ovviamente necessaria per escludere la possibilità che un macchinario possa avere vita infinita.

6.2 Generalizzazione al caso di prezzi variabili

Passiamo ora a rimuovere la seconda ipotesi semplificatrice introdotta all'inizio, ossia quella di prezzi fissi. Nel caso generale di prezzi non costanti nel tempo, possiamo calcolare il valore dello stock di capitale in tre modi diversi:

(i) ai prezzi di *acquisto*, detti anche *storici*, delle varie coorti di beni che lo compongono. Ipotizzando per semplicità di esposizione che esista un unico bene omogeneo, per cui il valore può essere scritto come il prodotto di prezzo per quantità ($I_t = P_t Q_t$):

$$K_t = \sum_{i=0}^{N} \lambda_i P_{t-i} Q_{t-i}$$

(ii) a prezzi *correnti*, ovvero ai prezzi di ogni anno per cui viene eseguita la stima:

$$K_t = \sum_{i=0}^{N} \lambda_i P_t Q_{t-i}$$

Questi prezzi possono essere anche definiti *di sostituzione*, in quanto misurano il costo che dovrebbe essere sostenuto al momento corrente per sostituire la dotazione di capitale esistente.

(iii) a prezzi *costanti,* utilizzando i prezzi di un anno base:

$$K_t = \sum_{i=0}^{N} \lambda_i P_0 Q_{t-i}$$

Nel primo caso non è richiesta nessuna operazione particolare, perché si tratta semplicemente di sommare i flussi di investimento. E' una procedura spesso seguita quanto l'obiettivo è puramente contabile; tuttavia, l'aggregato ottenuto non avrà nessun significato economico e non sarà confrontabile con i dati di contabilità nazionale, che vengono valutati a prezzi correnti o costanti.

Nei casi (*ii*) e (*iii*) è necessario invece un indice dei prezzi dei beni di investimento. Nel calcolo a prezzi costanti, opzione (*iii*), lo stock di capitale è calcolato sulla base delle serie degli *investimenti a prezzi costanti* ottenute dividendo gli investimenti a prezzi correnti per l'indice dei prezzi calcolato rispetto ad un anno base fisso. Indicando con π_{0s} l'indice per l'anno s in base 0, la stima del capitale all'anno t ai prezzi costanti, K_t^0, sarà quindi:

$$K_t^0 = \sum_{i=0}^{N} \lambda_i \frac{I_{t-i}}{\pi_{0t-i}} \tag{6.2.1}$$

Seguendo questo approccio il valore in ogni anno t dei beni capitali installati in passato è il costo che sarebbe necessario sostenere *in quell'anno* t per sostituirli. Quindi, lo stock di capitale esistente nell'anno t valutato ai prezzi di sostituzione, K_t^s, è dato dal valore dei macchinari installati nei precedenti N anni ai prezzi che essi hanno nell'anno t, lo stock di capitale dell'anno $(t+1)$ è dato dal valore dei macchinari installato nei precedenti N anni ai prezzi che essi hanno nell'anno $(t+1)$, ecc.. In pratica, la formula è analoga a quella del caso a prezzi costanti, con l'unica, ma cruciale, differenza che la base dell'indice dei prezzi usato è mobile e pari all'anno per cui si sta stimando il capitale:

$$K_t^s = \sum_{i=0}^{N} \lambda_i \frac{I_{t-i}}{\pi_{tt-i}} \tag{6.2.2}$$

Le due stime colgono ovviamente caratteristiche diverse del processo di accumulazione. Quella a prezzi costanti è adatta se l'obiettivo è misurare la dinamica della quantità fisica di capitale installato, mentre quella ai prezzi di sostituzione permette di tenere conto dell'effetto del progresso tecnico, da cui dipende tale prezzo.

6.3 Generalizzazione al caso di durata di vita variabile

Un'ultima generalizzazione, che in pratica può essere molto importante, si ottiene abbandonando l'ipotesi che i beni capitali abbiano sempre la stessa durata media di vita. Nel caso visto sopra, in cui la vita massima è di N anni e l'uscita è lineare, la media è ad esempio assunta sempre pari a $\frac{N}{2}$ periodi. In realtà, il progresso tecnico spesso ha improvvise accelerazioni che portano all'obsolescenza precoce di molti beni capitali installati, riducendone quindi la durata di vita media rispetto al passato[1]. La formula generalizzata per il calcolo del capitale a prezzi costanti e vita media variabile diventa quindi:

$$K_t^0 = \sum_{i=0}^{N} \lambda_{ti} \frac{I_{t-i}}{\pi_{0t-i}} \tag{6.3.1}$$

dove λ_{ti} è la frazione dei beni installati nel periodo $(t - i)$ ancora in uso nel periodo t, che sarà in questo caso generalizzato diversa da λ_{ri}, la frazione dei beni installati nel periodo $(r - i)$ ancora in uso nel periodo r, nonostante in entrambi i casi siano trascorsi i periodi. Nell'ipotesi di uscita lineare abbiamo $\lambda_{ti} = (1 - \frac{i}{N_{ti}})$,dove N_{ti} è la durata massima di vita all'anno t dei beni installati nel periodo $(t - i)$.

In pratica le stime del capitale vengono effettuate dalle agenzie statistiche separatamente per diverse categorie di beni capitali, in modo di poter utilizzare durate di vita diverse. L'Istat distingue sei tipi tradizionali e tre informatici e per le telecomunicazioni (indicati in genere come ICT, dalle iniziali del termine inglese *Information and Communication Technology*). I primi sono: macchine e attrezzature; mobili; mezzi di trasporto su strada; mezzi di trasporto aereo, navale e ferroviario; fabbricati non residenziali; altri beni intangibili e servizi; ed i secondi hardware; software; attrezzature per la comunicazione.

6.4 Capitale lordo e capitale netto

Veniamo ora agli *ammortamenti* incontrati in precedenza. Questi non sono altro che la quota di un bene capitale che *concettualmente* viene consumata in ogni anno del suo utilizzo, e che l'impresa deve quindi detrarre dal valore aggiunto ed accantonare per poter disporre dei mezzi necessari alla sostituzione del capitale alla fine della sua vita utile. Sottraendo dal capitale gli ammortamenti otteniamo il *capitale netto*. La formula per il calcolo del capitale *netto* a prezzi costanti e vita media variabile non è quindi altro che:

$$K_t^0 = \sum_{i=0}^{N} \alpha_{ti} \frac{I_{t-i}}{\pi_{0t-i}} \tag{6.4.1}$$

dove α_{ti} è la frazione dei beni installati nel periodo $(t-i)$ non ancora ammortizzati nel periodo t.

Notare che in questa definizione la precisazione *concettualmente* è fondamentale. Se un bene capitale, ad esempio un martello, viene utilizzato per dieci anni, è chiaro che l'impresa deve accantonare ogni anno, detraendolo dai profitti, un

[1] In Italia questo è ad esempio accaduto alla fine degli anni '70. Di conseguenza le stime del capitale di Rosa e Siesto (1985), costruite sulla base di vita media costante, sono sensibilmente maggiori di quelle utilizzate da Barca e Magnani (1989), costruite sulla base di durate di vita variabili determinate empiricamente tramite indagini presso le imprese.

decimo del valore del bene per poterlo sostituire quando necessario. Tuttavia, è altrettanto chiaro che il martello resta in uso *sostanzialmente nella sua interezza* per dieci anni (anche perché "mezzo martello" è un oggetto piuttosto difficile da utilizzare!). Quindi, gli ammortamenti sono una cosa totalmente distinta dall'eliminazione fisica dei beni capitali (considerata sopra nelle due principali ipotesi di *uscita simultanea*, tutti i beni in vita per N anni e quindi eliminati simultaneamente, ed *uscita lineare*, una frazione costante dei beni eliminata in ogni periodo). Su questo punto è necessaria considerevole attenzione, in quanto una notevole fonte di confusione deriva dal fatto che in genere gli ammortamenti vengono calcolati a quote costanti (si parla in questo caso di *ammortamenti lineari*), e quindi la formula per il calcolo del *capitale lordo con uscita lineare* è identica a quella per il calcolo del capitale *netto* con *uscita simultanea ed ammortamenti lineari.*

La misura del capitale rilevante per l'analisi economica della produzione è quella che comprende anche gli ammortamenti, ossia il *capitale lordo.* Per convincersi di questo punto basta pensare alla produttività generica del capitale, ossia al valore aggiunto per unità di capitale, nell'esempio del martello. La funzionalità del martello può essere ragionevolmente considerata costante per tutto il tempo in cui viene utilizzato, e questa aspettativa è confermata dalla stima della produttività generica del capitale che otteniamo utilizzando il capitale lordo. Utilizzando il capitale netto questa risulta invece crescente nel tempo, perché, a fronte di una produzione approssimativamente costante, il capitale netto decresce man mano che vengono sottratti gli ammortamenti. Quindi, il martello alla fine della sua vita utile sarebbe più produttivo per unità di valore che quando era nuovo, una conclusione del tutto assurda. Le cose sono ovviamente un po' diverse per macchinari complessi, che possono subire nel tempo una certa perdita di capacità produttiva per la crescente frequenza dei fermi per manutenzione. In questo caso il capitale lordo può essere corretto per la perdita di efficienza utilizzando delle funzioni definite nella letteratura "age-efficiency profiles", che sono tuttavia del tutto distinti dalle funzioni di ammortamento.

Bibliografia

[1] Barca, F. e M. Magnani (1989) *L'industria tra capitale e lavoro,* Il Mulino, Bologna.

[2] Goldsmith, R.W. (1950) *National Wealth in Social Accounting* Studies in Income and Wealth, vol. 12, National Bureau of Economic Research, New York.

[3] OECD (2001) *Measuring Capital* OECD Publications Service, Parigi (disponibile su www.sourceOECD.org)

[4] Rosa, G. e V. Siesto (1985) *Il capitale fisso industriale*, Il Mulino, Bologna.

Capitolo 7

Gli indicatori del clima di fiducia

7.1 Le origini: l'indice dell'Università del Michigan

Gli indicatori del clima di fiducia[1] sono degli indici congiunturali (cioè, della situazione corrente) attentamente osservati dagli analisti economici e finanziari per la loro tempestività e capacità di segnalare gli sviluppi futuri di molte variabili economiche, ed in particolare i cosiddetti *punti di svolta del ciclo,* ovvero di transizione da fasi economiche positive a negative e viceversa. La capacità di sintetizzare l'andamento dell'attività economica è ben testimoniata dalla Fig. 7.1.1, in cui sono riportati la valutazione delle condizioni economiche generali rilevata dall'indagine presso i consumatori dell'Università del Michigan e la crescita del PIL degli Stati Uniti per il periodo 1960-1995 (fonte: "Survey Description", Survey of Consumers, Thomson Reuters-University of Michigan; http://www.sca.isr.umich.edu/). Le origini di questi indicatori risalgono al primo dopoguerra, quando negli Stati Uniti la banca centrale (*Federal Reserve*) commissionò all'Università del Michigan la realizzazione di una indagine sulle condizioni finanziarie delle famiglie[2]. Il responsabile del progetto, George Katona, convinse i committenti dell'opportunità di introdurre le domande su questi aspetti con alcuni quesiti di ordine generale sulle opinioni e le aspettative dell'intervistato che prevedessero soprattutto risposte molto generali di tipo qualitativo. Ad esempio, "ritiene le sue condizioni finanziarie migliori o peggiori di un anno fa?", "si aspetta che tra un anno le su condizioni finanziarie saranno migliori o peggiori di adesso?", e domande analoghe sulla situazione economica generale. Queste risposte, inizialmente non prese in considerazione dalla *Federal Reserve*, si rivelarono presto invece di grande interesse.

All'inizio degli anni '50, quando l'indagine si era consolidata, iniziò la pubblicazione di un indicatore sintetico denominato "University of Michigan Index of Consumer Sentiment", che prosegue tuttora e che, a causa dell'importanza che

[1] Questo paragrafo si basa su R. Curtin, "The University of Michigan's Consumer Sentiment Index" in *Encyclopedia of Survey Research Methods,* a cura di P.J. Lavrakas, Sage, Londra, 2008.

[2] Per questo stesso scopo la Banca d'Italia realizza dagli anni '60 l "'Indagine sui bilanci delle famiglie italiane".

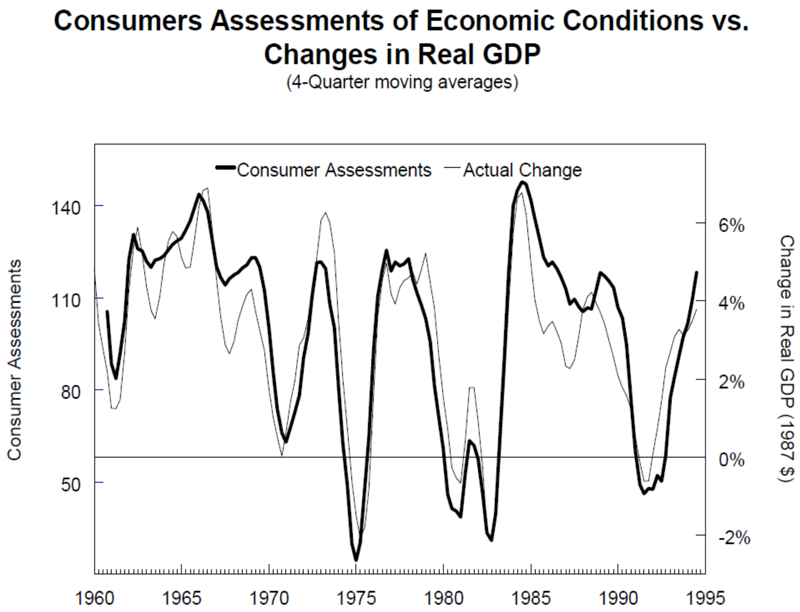


Figura 7.1.1: Valutazione delle condizioni economiche (scala di sinistra) e crescita del PIL (scala di destra), medie mobili a 4 termini, 1960:I-1995:IV.

l'andamento dell'economia statunitense ha per tutto il resto del mondo, viene ovunque esaminato con grande attenzione dagli analisti. Anche se l'indagine contiene molte domande (circa 50) su diversi aspetti specifici (condizioni personali, condizioni economiche generali, aspettative di inflazione, valutazione della politica economica del governo, ecc.), l'indice generale si basa su solo cinque di esse: due sulle condizioni finanziarie personali, due sulla opinione dell'intervistato sulle prospettive dell'economia, ed infine una sulla opinione dell'intervistato sulla convenienza o meno di procedere all'acquisto di beni di consumo durevoli (mobilio, elettrodomestici, ecc.). Più precisamente, queste domande, poste ogni mese ad un campione di 500 famiglie provenienti da 48 stati[3] più il *District of Columbia* (la città di Washington ed i dintorni), possono essere sintetizzate[4] come segue (per ulteriori dettagli vedere Curtin, 2008, ed i riferimenti in esso forniti) :

- *Condizioni finanziarie personali*

1. Le sue condizioni finanziarie sono migliori, peggiori o le stesse di un anno fa?

2. Ritiene che tra un anno le sue condizioni finanziarie saranno migliori, peggiori o circa le stesse di adesso?

- *Prospettive dell'economia*

3. Ritiene che nel corso del prossimo anno le condizioni economiche del paese potranno essere definite buone, cattive, od in che modo?

[3]Sono esclusi Alaska ed Hawaii.

[4]Per essere più facilmente comprensibili i quesiti originari sono a volte abbastanza lunghi ed espressi in termini estremamente semplici.

4. Ritiene che nel corso dei prossimi cinque anni sia più probabile che le condizioni economiche del paese siano sempre buone, oppure che vi siano periodi di alta disoccupazione e recessione, oppure quali condizioni?

- *Acquisto di beni di consumo durevoli*

5. Ritiene che questo sia un buon od un cattivo momento per acquistare beni di consumo durevoli come mobili, elettrodomestici, televisioni?

Ogni domanda prevede tre possibili modalità di risposta, che possiamo descrivere genericamente come positiva (o migliore, nel caso di variazioni) negativa (o peggiore), normale (o stazionaria). Le domande aperte ("od in che modo?", "oppure quali condizioni?"), vengono ricondotte dall'intervistatore alle modalità positiva o negativa.

L'idea centrale è che risposte di questo tipo hanno la possibilità di rappresentare con buona fedeltà le opinioni degli intervistati, che è molto probabile abbiano una forma abbastanza imprecisa. Il problema è, ovviamente, come utilizzarle: le frequenze relative delle risposte ricevute dalle modalità positive e negative sono certamente informative, ma non si prestano ad una lettura agevole. La soluzione è il cosiddetto *metodo del saldo*, che consiste semplicemente nel calcolare per ogni domanda la differenza (o saldo) tra le frequenze relative delle risposte positive e negative. Le variazioni di questo saldo (che sono, in forma di numero indice, quelle rappresentate nella Fig. 7.1.1 per una domanda relativa alle condizioni economiche generali degli Stati Uniti) sono ovviamente un indicatore del grado di fiducia generale degli intervistati. Ad esempio, una crescita del saldo implica che la frazione di risposte positive è cresciuta rispetto a quella delle risposte negative, e quindi che la situazione viene percepita come positiva da un numero maggiore di intervistati rispetto al periodo precedente.

Una volta calcolati i saldi relativi alle domande individuali ($s_i, i = 1, ..., 5$) l'indice sintetico è calcolato come una media aritmetica semplice, ulteriormente trasformata in numero indice base 1966 dividendo per il valore medio di quell'anno (6.7558). Per tenere conto di cambiamenti del disegno campionario viene aggiunta anche una costante, pari a 2.0. Quindi, in sostanza la formula dell'*University of Michigan Index of Consumer Sentiment* (MICS) è $MICS = 2 + (s_1 + s_2 + s_3 + s_4)/6.7558$. L'andamento recente (dal 2000) e storico (dal 1960) dell'indice è rappresentato rispettivamente nelle Fig. 7.1.2 e 7.1.3. Nel primo caso sono chiaramente visibili gli effetti dell'attentato alle Torri Gemelle (2001) e della crisi subprime del 2007-2008 e le successive lente riprese. Nel secondo caso particolarmente forti appaiono in senso negativo l'effetto del primo shock petrolifero (1974) ed in senso positivo la lunga fase di crescita degli anni '90.

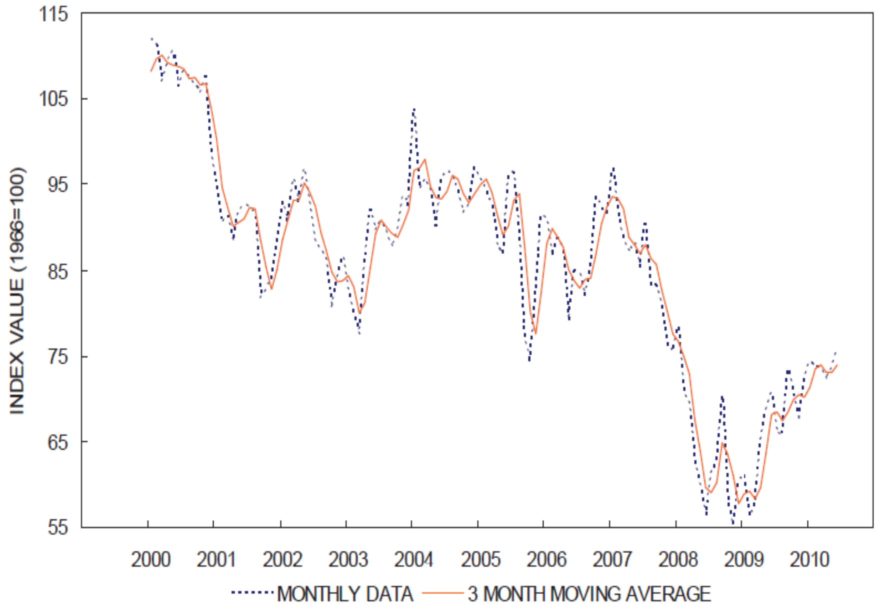


Figura 7.1.2: MICS, 2000-2010

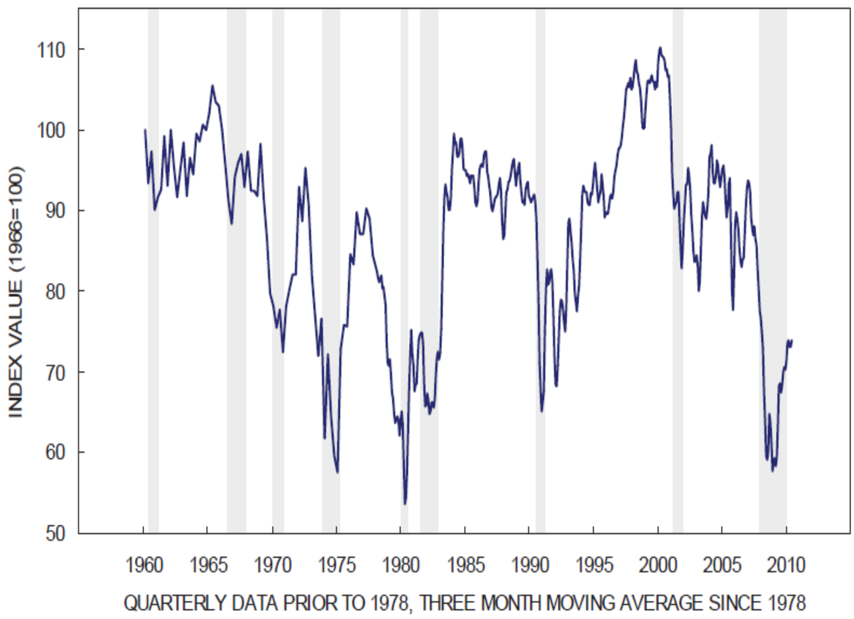


Figura 7.1.3: MICS, 1960-2010

7.2 Gli indicatori del clima di fiducia in Italia

In Italia indagini sul clima di fiducia sia dei consumatori che delle imprese, svolte a partire dagli anni '60, sono dal gennaio 2011 competenza dell'Istat[5]. I risultati delle indagini vengono utilizzati sia direttamente, per costruire indicatori per l'economia italiana, che, assieme a quelli di analoghe indagini svolte negli altri paesi dell'Unione Europea (ad esempio, dall'INSEE in Francia e dall'IFO in Germania), per costruire indicatori per l'economia dell'UE nel suo complesso, che verranno descritti nel paragrafo 3.

Vediamo prima più in dettaglio l'indagine Istat presso i consumatori. In questa indagine, che copre ogni mese 2000 consumatori, vengono poste domande simili a quelle dell'indagine dell'Università del Michigan, con l'unica differenza di un maggior numero di modalità di risposta. L'indice di fiducia per l'Italia viene elaborato a partire dalle risposte a nove di queste domande, mentre sei vengono utilizzate per l'analogo indice costruito dalla Commissione Europea.

Le nove domande utilizzate per l'indice per l'Italia sono le seguenti:

1. Giudizio sulla situazione economica dell'Italia
2. Previsione sulla situazione economica dell'Italia
3. Previsione sulla disoccupazione in Italia
4. Giudizio sulla situazione economica della famiglia
5. Previsione sulla situazione economica della famiglia
6. Bilancio finanziario attuale della famiglia
7. Previsione sulle possibilità di effettuare risparmio
8. Previsione sulla convenienza del risparmio
9. Giudizio sulla convenienza ad acquistare beni durevoli

Per le 1-6 le modalità di risposta sono cinque, con significato da molto positivo a molto negativo, mentre per le 7 ed 8 le modalità sono quattro, in quanto non è prevista la modalità centrale; infine, per la 9 le modalità di risposta sono tre, in quanto non sono previste le modalità intermedie.

Modalità di risposta - Domande 1-6

Modalità	Risposta
1	molto aumentato, crescerà certamente, molto di più, ecc.
2	poco aumentato, crescerà poco, poco di più, ecc.
3	circa uguale, rimarrà lo stesso, ecc.
4	poco diminuito, poco di meno, improbabile, ecc.
5	molto diminuito, molto di meno, molto improbabile, ecc.

[5] Fino al dicembre 2010 le indagini erano effettuate dall'ISAE, un ente pubblico di ricerca economica creato nel 1998 a seguito della fusione dell'ISCO (Istituto Studi per la Congiuntura), incaricato in precedenza delle indagini, con un altro ente pubblico di ricerca (l'ISPE).

Modalità di risposta - Domande 7-8

Modalità	Risposta
1	molto aumentato, crescerà certamente, molto di più, ecc.
2	poco aumentato, crescerà poco, poco di più, ecc.
3	poco diminuito, poco di meno, improbabile, ecc.
4	molto diminuito, molto di meno, molto improbabile, ecc.

Modalità di risposta - Domanda 9

Modalità	Risposta
1	molto aumentato, crescerà certamente, molto di più, ecc.
2	circa uguale, rimarrà lo stesso, ecc.
3	molto diminuito, molto di meno, molto improbabile, ecc.

Data la presenza in alcuni casi di più di tre modalità di risposta, per la quantificazione è necessario utilizzare una versione più generale del metodo del saldo visto in precedenza. Più precisamente, definiamo il saldo come la *somma delle frequenze di ciascuna modalità ponderate con la distanza dalla modalità di invarianza, con segno positivo in caso di crescita o miglioramento e negativo altrimenti.*

Ad esempio, prendiamo la domanda "Come pensi cambierà la situazione economica del paese nei prossimi 12 mesi?". Questa domanda prevede cinque possibili modalità: migliorerà di molto, migliorerà di poco, resterà stabile, peggiorerà di poco, peggiorerà di molto. Assegnando a queste risposte rispettivamente punteggio +2, +1, 0, -1, -2, ed indicando con f_j la frequenza delle risposte della modalità j, la somma ponderata da calcolare, o saldo (S), è data da:

$$\begin{aligned} S &= 2f_1 + 1f_2 + 0f_3 - 1f_4 - 2f_5 \\ &= 2f_1 + f_2 - f_4 - 2f_5 \end{aligned}$$

Nel caso prevalgano le risposte ottimistiche il saldo è positivo, mentre in quello opposto è negativo, con un campo di variazione pari a [-2,+2] raggiunto rispettivamente nei casi in cui $f_5 = 1$ ed $f_1 = 1$. Per semplificare l'intepretazione viene quindi usualmente aggiunta una costante (2 oppure 200 a seconda se le frequenze siano relative o percentuali) che riporta il minimo del campo di variazione a zero[6].

Una volta calcolato il saldo di ciascuna serie l'indicatore generale del clima di fiducia è calcolato, analogamente a quanto fatto per l'indice dell'Università del Michigan, come la media aritmetica semplice dei saldi delle nove serie; il saldo relativo alla domanda sulla disoccupazione viene incluso con segno invertito, in quanto risposte del tipo "in aumento" hanno in questo caso senso negativo. L'indicatore viene attualmente pubblicato sotto forma di numero indice con base 2010=100.

[6]Notare che quanto appena detto vale anche per la domanda 9 anche se questa ha solo tre modalità di risposta, perché ad essere assenti sono quelle intermedie. I possibili punteggi sono quindi -2,0,+2, ed il campo di variazione del saldo è sempre $[-2, +2]$.

Le domande rivolte alle imprese sono ovviamente leggermente diverse. Quelle utilizzate per l'indicatore della Commissione Europea, e le relative modalità di risposta, sono le seguenti:

1. Giudizio sulla situazione attuale degli ordini

2. Giudizio sulla situazione attuale delle scorte

3. Aspettative sulla produzione nei prossimi tre mesi

Modalità di risposta - Domanda 1

Modalità	Risposta
1	più che sufficienti (maggiori della norma)
2	sufficienti (nella norma per la stagione)
3	insufficienti (minori della norma)

Modalità di risposta - Domanda 2

Modalità	Risposta
1	troppo ampie (maggiori della norma)
2	adeguate (nella norma per la stagione)
3	troppo scarse (minori della norma)

Modalità di risposta - Domanda 3

Modalità	Risposta
1	crescere
2	rimanere stabile
3	diminuire

Attualmente l'indicatore aggregato pubblicato è lo IESI, "Italian Economic Sentiment Indicator", costruito con una metologia analoga a quella dello "European Sentiment Indicator" che verrà descritto in dettaglio più avanti. Gli andamenti 2013-2017 di questo indicatore e di quello aggregato per la Zona Euro sono riportati nella Fig. 7.2.1.

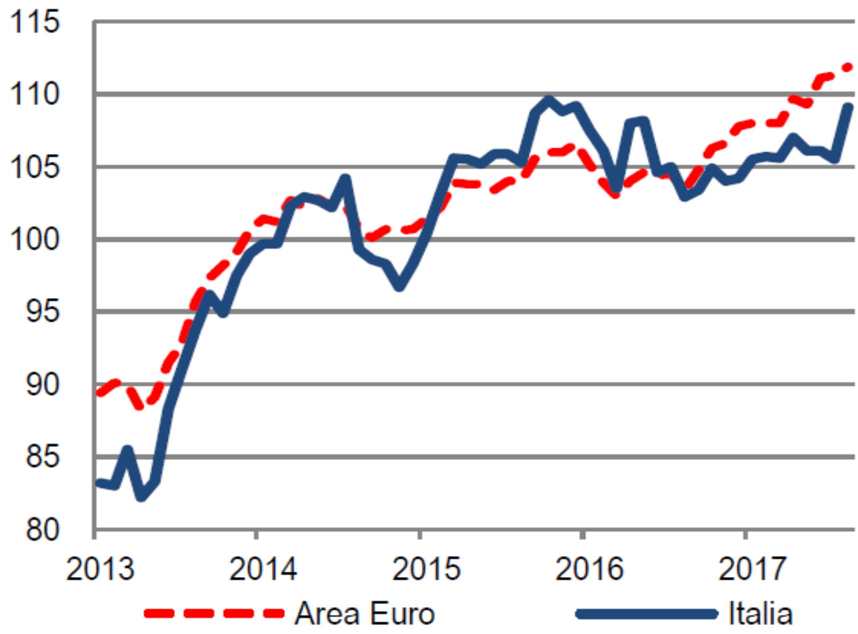


Figura 7.2.1: Indici del clima di fiducia, Italia e Zona Euro, 2013-2017. Valori destagionalizzati 2010=100. *Fonte*: Istat, *Nota Mensile* n. 2017-8.

7.3 Gli indicatori della Commissione Europea

7.3.1 Indicatori settoriali

Come già accennato, la Commissione Europea cura il calcolo di diversi indicatori del clima di fiducia a livello europeo, descritti in European Commission (2007). Inizialmente (1962) la copertura era limitata ad un'indagine presso le imprese del settore manifatturiero; nel tempo si sono aggiunti indici per i settori delle costruzioni, del commercio, dei servizi e presso i consumatori, calcolati a partire dalle indagini svolte mensilmente nei 27 paesi dell'Unione Europea. Altre indagini, ad esempio sulla intenzioni di investimento delle imprese del settore manifatturiero, vengono effettuate con minore frequenza.

Gli indici nazionali vengono aggregati con pesi pari alle quote che ciascuna nazione ha sul totale[7] di variabili rilevanti per ciascun tipo di indagine, e più precisamente:

- clima di fiducia delle imprese dei settori manifatturiero, delle costruzioni e dei servizi: valore aggiunto a prezzi costanti;
- clima di fiducia delle imprese del settore del commercio e dei consumatori: spesa per il consumo finale delle famiglie.

[7]Vale la pena sottolineare come nel caso degli indici per l'UE il calcolo dei pesi non sia banale, in quanto richiede la somma di grandezze espresse in valute diverse.

7.3.2 L'*Economic Sentiment Indicator*

Oltre agli indicatori settoriali medi europei viene anche costruito un indicatore generale, l'*Economic Sentiment Indicator* (ESI), il cui andamento a partire dal 1990 è rappresentato nella Fig. 7.3.1. Questo indicatore è una media ponderata dei saldi relativi a 15 domande: tre relative al clima di fiducia per ciascuno dei settori manifatturiero, dei servizi e del commercio, due per il settore delle costruzioni e quattro per i consumatori. I punti chiave del calcolo sono due:

1. standardizzazione delle componenti, necessaria per evitare che l'indice medio rifletta soprattutto l'andamento dei saldi caratterizzati da maggiore volatilità;

2. scelta dei pesi per l'aggregazione.

La standardizzazione delle componenti, è un'operazione di per sé banale, che richiede però l'accortezza di utilizzare momenti calcolati rispetto ad un periodo fisso (e non sull'intero periodo a disposizione) per evitare revisioni continue degli indici. Attualmente il periodo utilizzato è 1990:1-2006:12, sicchè la formula di standardizzazione è la seguente:

$$S'_{jt} = \frac{S_{jt} - \overline{S}_j}{\sigma_j}$$

dove S_{jt} è il saldo relativo alla domanda j-ma, $j = 1, \ldots, 15$, $\overline{S}_j = T^{-1}\sum_{i=t_0}^{t_1} S_{ji}$, $\sigma_j = \sqrt{(T-1)^{-1}\sum_{i=t_0}^{t_1}(S_{ij} - \overline{S}_j)^2}$,$t_0 = 1990 : 1$, $t_1 = 2006 : 12$, $T = 204$.

La scelta dei pesi è stata effettuata in base a due criteri. Innanzitutto, importanza *a priori* del settore. In secondo luogo, identificando i pesi che garantissero la migliore capacità di adattamento dell'indicatore rispetto al PIL, cioè la variabile che può essere naturalmente presa come indicatrice della situazione economica generale. I pesi prescelti sono risultati i seguenti: industria 0.40, costruzioni 0.05, commercio 0.05, servizi 0.30, consumatori 0.20. Quindi, i tre saldi relativi al settore manifatturiero ricevono ciascuno un peso (w) pari a $0.40/3 = 0.133$, i tre dei servizi $0.30/3 = 0.10$, i tre del commercio 0.05/3=0.0167, i due delle costruzioni $0.05/2 = 0.025$, ed infine i quattro dei consumatori 0.20/5=0.05. Anche se la scelta dei pesi in modo essenzialmente arbitrario può destare perplessità, Gelper e Croux (2010) hanno dimostrato che utilizzando pesi calcolati con metodi metodologicamente più raffinati non si ottengono indicatori con capacità previsive superiori a quelle dell'ESI[8].

Dati i saldi standardizzati e questa struttura di pesi, si ottiene innanzitutto l'indicatore grezzo $Z_t = \sum_{j=1}^{15} w_j S'_{ji}$, che viene infine nuovamente standardizzato

[8]In particolare, è evidente che l'industria manifatturiera ha un peso maggiore di quello effettivo sul valore aggiunto dell'economia europea (circa il 18% sia per l'UE che per i 17 paesi dell'area Euro). Il motivo è da ricercare nella caratteristica di questo settore di anticipare i movimenti generali dell'economia, il che non è sorprendente se si tiene conto del fatto che molte attività dei servizi sono realizzate per soddisfare domanda proveniente dalle imprese manifatturiere.

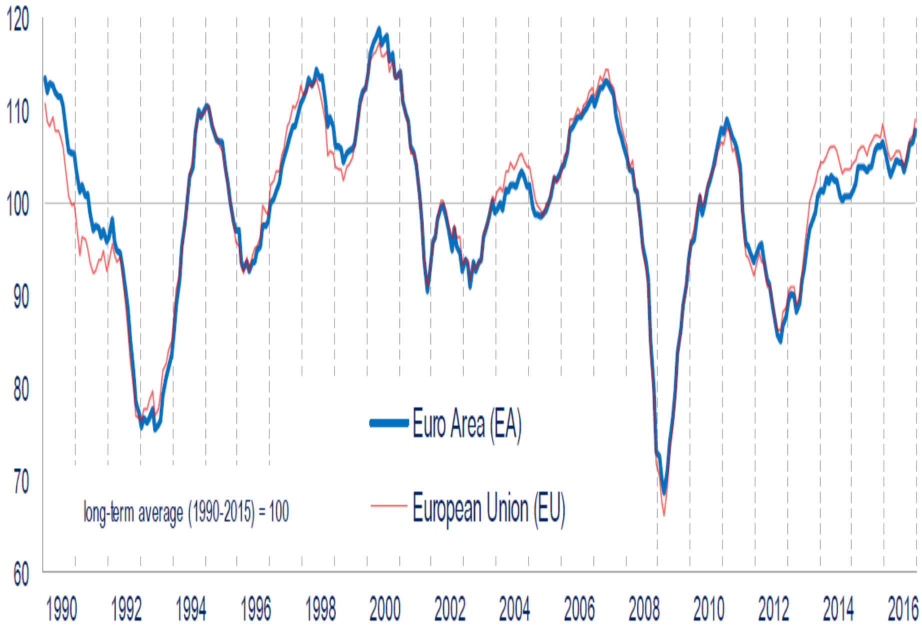


Figura 7.3.1: European Economic Sentiment Indicator, 1990-2016. *Fonte*: Commissione Europea, *Business and Consumer Survey Results*, Dicembre 2016.

in in modo da avere scarto quadratico medio 10 e media di lungo periodo 100:

$$ESI = (\frac{Z_t - \overline{Z}}{\sigma_{Zj}})10 + 100$$

dove $\overline{Z} = T^{-1}\sum_{i=t_0}^{t_1} Z_i$, e $\sigma_{Zj} = \sqrt{(T-1)^{-1}\sum_{i=t_0}^{t_1}(Z_{ij} - \overline{Z}_j)^2}$.

E' importante sottolineare che l'interpretazione del livello dell'ESI, il cui livello di rifermento è la media del periodo base, è diversa da quella degli indici costruiti per gli Stati Uniti dall'Università del Michigan e per l'Italia dall'Istat, ambedue espressi come numeri indici in cui 100 è il valore del periodo base (1966 per il primo, 2010 per il secondo). In questi ultimi valori maggiori di 100 indicano fiducia superiore a quella del periodo base, mentre nel caso dell'ESI valori maggiori di 100 indicano fiducia superiore alla media del periodo di riferimento.

In pratica, molto spesso i commenti si concentrano sulle variazioni degli indici, nel qual caso non vi è ovviamente alcuna differenza di interpretazione.

Tornando alla Fig. 7.3.1, possiamo vedere come la crisi *subprime* del 2008 abbia portato ad un crollo della fiducia fino al 30% al di sotto della media di lungo periodo, mentre la ripresa del 2010 ha portato a valori leggermente superiori ad essa. Dopo una successiva caduta ed un minimo alla fine del 2011, dal 2014 i valori sono stati sempre superiori alla media di lungo periodo.

Bibliografia

[1] Curtin, R. (2008) "The University of Michigan's Consumer Sentiment Index" in *Encyclopedia of Survey Research Methods,* a cura di P.J. Lavrakas, Sage, Londra.

[2] Gelper, S. e C. Croux, "On the Construction of the European Sentiment Indicator", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 72, p. 47-62, 2010.

[3] European Commission (2007) "The Joint Harmonised EU Programme of Business and Consumer Surveys - User Guide", Directorate-General for Economic and Financial Affairs, Bruxelles.

Capitolo 8

La produttività

8.1 Benessere, produzione, produttività: un po' di aritmetica

Consideriamo[1] la più comune misura di benessere economico, il Prodotto Interno Lordo (PIL) diviso per la popolazione (Pop), o PIL pro capite (PIL_{PC}):

$$PIL_{PC} = \frac{PIL}{Pop}$$

Moltiplicando e dividendo per la popolazione in età da lavoro (Pop_L) il PIL pro capite può essere visto come il prodotto del PIL per individuo in età da lavoro (PIL/Pop_L) per la quota della popolazione in tale età (Pop_L/Pop):

$$PIL_{PC} = \frac{PIL}{Pop} = \frac{PIL}{Pop_L} \times \frac{Pop_L}{Pop} \tag{8.1.1}$$

Quindi, a parità di prodotto lordo per individuo in età da lavoro popolazioni più anziane godranno di un minore PIL pro capite. Il primo di questi due termini non ha però un significato particolarmente interessante, in quanto Pop_L comprende anche molti individui non legati al mondo della produzione (ad esempio, gli studenti, o gli invalidi). Se dividiamo e moltiplichiamo la (8.1.1) per la popolazione effettivamente coinvolta nel mercato del lavoro, ovvero le forze di lavoro (FL), otteniamo

$$PIL_{PC} = \frac{PIL}{Pop} = \frac{PIL}{FL} \times \frac{FL}{Pop_L} \times \frac{Pop_L}{Pop} \tag{8.1.2}$$

che mette in luce come il PIL pro capite dipenda direttamente anche dalla quota della popolazione in età da lavoro effettivamente attiva. Tuttavia, è ovvio che il valore aggiunto creato non dipende dalla totalità di quest'ultima, ma solo dalla parte occupata (Occ). Per tenere conto di ciò con un ultimo passaggio dividiamo e moltiplichiamo per questa grandezza, ottenendo:

$$\frac{PIL}{Pop} = \frac{PIL}{Occ} \times \frac{Occ}{FL} \times \frac{FL}{Pop_L} \times \frac{Pop_L}{Pop} \tag{8.1.3}$$

[1] L'autore ringrazia Sergio Polini per preziosi suggerimenti e correzioni che hanno permesso di migliorare questo capitolo.

che rende evidente come il benessere economico medio dei cittadini di una nazione (PIL/Pop) sia in relazione positiva con:

1. il valore aggiunto creato in media da ogni individuo occupato (PIL/Occ);
2. la quota della sua popolazione disponibile a lavorare effettivamente impiegata (Occ/FL);
3. la quota di quest'ultima sulla popolazione in età da lavoro (FL/Pop);
4. ed infine, la quota di popolazione in età da lavoro sul totale (Pop_L/Pop).

Un aspetto particolarmente interessante della (8.1.3) è che tutti i suoi termini tranne il primo sono compresi nell'intervallo [0,1]. Quindi, *l'unica possibilità di crescita di lungo termine è data dalla crescita del primo termine, il PIL per occupato*. Questo viene spesso definito *produttività del lavoro,* in quanto misura il risultato ottenuto dall'utilizzo di un input di lavoro unitario (in termini di individui). L'enfasi che questo termine pone sul ruolo del lavoro non deve però trarre in inganno: più che dalla qualità e intensità dello sforzo dei lavoratori, la loro produttività dipende in maniera determinante dalla quantità e livello tecnico degli strumenti di produzione che essi hanno a disposizione. Per questo è anche a volte definita produttività *parziale* o *apparente* del lavoro, proprio a sottolineare il fatto che essa non tiene conto dell'altro fattore della produzione, il capitale.

Uno schema che permette di considerare il legame tra produzione ed ambedue i fattori della produzione, il cui uso va indietro a Copeland (1937), prende lo spunto dall'identità contabile che lega produzione disponibile per usi finali a prezzi correnti (assumendo per semplicità un unico bene omogeneo P_tQ_t,dove P è il prezzo e Q la quantità) e remunerazione dei fattori (salario unitario, W, per input di lavoro, L, più tasso di rendimento del capitale, r, per stock di capitale, K). Per un generico tempo 0:

$$P_0Q_0 = W_0L_0 + r_0K_0. \tag{8.1.4}$$

Ovviamente la (8.1.4), essendo espressa a prezzi correnti, non è di nessuna utilità per la valutazione della crescita del benessere materiale nel tempo, che dipende unicamente dal *volume* di beni disponibile per usi finali e non dal loro valore nominale. E' necessario quindi passare ad una rappresentazione a prezzi costanti, che richiede però una certa cautela. Infatti, se tra il tempo 0 ed un generico tempo t si ha un incremento di produttività del sistema economico, ovvero della quantità di produzione Q ottenuta da una data coppia di input (L,K), la parte sinistra della (8.1.4) espressa a prezzi dell'anno base (P_0Q_t) sarà maggiore della parte destra ($W_0L_t + r_0K_t$). Supponiamo per comodità che lavoro e capitale aumentino della stessa proporzione λ ($L_t = \lambda L_0, K_t = \lambda K_0$). Avremo:

$$\begin{aligned} W_0L_t + r_0K_t &= W_0(\lambda L_0) + r_0(\lambda K_0) \\ &= \lambda(W_0L_0 + r_0K_0) \end{aligned}$$

se per la produzione vale $Q_t = \theta Q_0$

$$\begin{aligned} P_0Q_t &= P_0(\theta Q_0) \\ &= \theta P_0Q_0 \end{aligned}$$

dato che $P_0Q_0 = W_0L_0 + r_0K_0$ è chiaro che $P_0Q_t = W_0L_t + r_0K_t$ se e solo se $\theta = \lambda$. In generale il legame tra valore della produzione e degli input utilizzati a prezzi costanti dovrà quindi essere scritta come

$$P_0Q_t = S_t\left(W_0L_t + r_0K_t\right)$$

dove il fattore di scala S:

$$S_t = \frac{P_0Q_t}{W_0L_t + r_0K_t} \tag{8.1.5}$$

misura quindi l'incremento della produttività del sistema nel suo insieme, ovvero la crescita della *produttività totale dei fattori*, un concetto che ha dato origine ad una letteratura sia teorica che empirica praticamente sterminata[2]. Osservando la (8.1.5) verrebbe naturale concludere che la serie storica di questi fattori di scala descrive la crescita nel tempo della produttività totale dei fattori. Di per sé questa conclusione non è infondata; tuttavia, anche qui è necessaria cautela. Se costruiamo la serie dei numeri indici semplici S_t/S_0 possiamo infatti constatare che questi sono in realtà rapporti di indici di tipo Laspeyres dei volumi di produzione (che nel caso di un singolo bene si riduce al rapporto dei volumi, Q_t/Q_0) ed input utilizzati:

$$\begin{aligned}
\frac{S_t}{S_0} &= \frac{\left(\frac{P_0Q_t}{W_0L_t+r_0K_t}\right)}{\left(\frac{P_0Q_0}{W_0L_0+r_0K_0}\right)} \qquad (8.1.6)\\
&= \frac{\left(\frac{P_0Q_t}{P_0Q_0}\right)}{\left(\frac{W_0L_t+r_0K_t}{W_0L_0+r_0K_0}\right)}\\
&= \frac{\left(\frac{Q_t}{Q_0}\right)}{\left(\frac{W_0L_t+r_0K_t}{W_0L_0+r_0K_0}\right)}
\end{aligned}$$

Ora, sappiamo che gli indici di tipo Laspeyres, non tenendo conto dei processi di sostituzione operati dagli agenti in conseguenza di variazioni dei prezzi relativi, sono distorti verso l'alto, e quindi S sottostima la crescita della produttività totale dei fattori.

Un diverso approccio, che permette di superare il problema della distorsione della (8.1.6), è dovuto all'importante contributo di Solow[3] (1957). Consideriamo una *funzione di produzione* $F(\cdot)$ che lega la produzione agli input utilizzati a meno di un fattore di scala (A) che amplifica in maniera proporzionale la resa di qualsiasi combinazione di fattori (è quindi simile al concetto di progresso tecnico neutrale nel senso di Hicks):

$$Q_t = A_tF(K_t, L_t). \tag{8.1.7}$$

[2]Una rassegna eccellente per completezza e sintesi è Hulten (2001), mentre una trattazione molto ampia è contenuta nel manuale OECD (OECD, 2001).

[3]Premio Nobel nel 1987 proprio per i suoi contributi allo studio della crescita economica.

Il numero indice della crescita della produttività totale dei fattori, analogo all'indice (8.1.6), è allora dato da:

$$\frac{A_t}{A_0} = \frac{\frac{Q_t}{F(K_t,L_t)}}{\frac{Q_0}{F(K_0,L_0)}} \tag{8.1.8}$$

Ovviamente, la (8.1.8) non è operativa in quanto la forma della funzione F non è specificata. Il contributo fondamentale di Solow fu proprio quello di pervenire ad una soluzione per la misura della crescita della produttività totale dei fattori A senza imporre una forma specifica per la F. Prendiamo il differenziale totale della (8.1.7), indicando per comodità $F(K_t, L_t)$ con F_t:

$$dQ_t = F_t dA_t + A_t dF_t \tag{8.1.9}$$

e quindi, per avere una misura relativa della crescita, dividiamo ambo i membri per $Q_t = A_t F_t$[4]:

$$\begin{aligned}\frac{dQ_t}{Q_t} &= \frac{F_t dA_t}{A_t F_t} + \frac{A_t dF_t}{A_t F_t} \\ &= \frac{dA_t}{A_t} + \frac{dF_t}{F_t}.\end{aligned}$$

Il passo successivo è espandere il differenziale dF_t come somma degli effetti delle variazioni dei due input, ottenendo:

$$= \frac{dA_t}{A_t} + \frac{1}{F_t}\overbrace{(\frac{\partial F_t}{\partial K_t}dK_t + \frac{\partial F_t}{\partial L_t}dL_t)}^{dF}$$

e quindi dividere e moltiplicare gli ultimi due termini rispettivamente per K_t ed L_t, modo da fare apparire le variazioni relative degli input:

$$\frac{dQ_t}{Q_t} = \frac{dA_t}{A_t} + \frac{\partial F_t}{\partial K_t}\frac{dK_t}{K_t}\frac{K_t}{F_t} + \frac{\partial F_t}{\partial L_t}\frac{dL_t}{L_t}\frac{L_t}{F_t}$$

Ora, poiché la derivata parziale di Q rispetto ad un generico input $X = K, L$ è pari a

$$\frac{\partial Q_t}{\partial X_t} = A_t \frac{\partial F_t}{\partial X_t},$$

risistemando ovviamente anche vero che

$$\frac{\partial F_t}{\partial X_t} = \frac{1}{A_t}\frac{\partial Q_t}{\partial X_t}.$$

Sostituendo queste espressioni per le derivate parziali della F rispetto ai fattori della produzione otteniamo

$$\frac{dQ_t}{Q_t} = \frac{dA_t}{A_t} + \overbrace{(\frac{1}{A_t}\frac{\partial Q_t}{\partial K_t})}^{\partial F/\partial K}\frac{dK_t}{K_t}\frac{K_t}{F_t} + \overbrace{(\frac{1}{A_t}\frac{\partial Q_t}{\partial L_t})}^{\partial F/\partial L}\frac{dL_t}{L_t}\frac{L_t}{F_t}$$

[4]Si può pervenire direttamente allo stesso risultato considerando il differenziale logaritmico, in quanto dln(x)=dx/x

da cui, ricordando che $A_tF_t = Q_t$, ricaviamo

$$\frac{dA_t}{A_t} = \frac{dQ_t}{Q_t} - \left(\frac{\partial Q_t}{\partial K_t}\frac{K_t}{Q_t}\frac{dK_t}{K_t} + \frac{\partial Q_t}{\partial L_t}\frac{L_t}{Q_t}\frac{dL_t}{L_t}\right) \tag{8.1.10}$$

La (8.1.10) definisce la crescita della produttività totale dei fattori $dA = A$ come la differenza tra quella del prodotto, dQ/Q, e quelle dei fattori, dK/K e dL/L, moltiplicate per le rispettive elasticità, $(\partial Q/\partial K)\,(K/Q)$ e $(\partial Q/\partial L)(L/Q)$. Questi ultimi due termini misurano infatti la crescita del prodotto spiegabile dalla crescita dell'uso dei fattori lavoro e capitale. Benché chiara dal punto di vista concettuale, questa relazione non è di alcuna utilità empirica, in quanto include ben tre grandezze non misurabili: oltre a quella che ci interessa, ovvero la crescita della produttività totale dei fattori dA/A, anche la produttività marginale del capitale $\partial Q/\partial K$ e la produttività marginale del lavoro, $\partial Q/\partial L$.La soluzione escogitata da Solow è tanto semplice quanto geniale: se assumiamo che il sistema economico si trova in equilibrio in condizioni di concorrenza perfetta non è in realtà necessario calcolare le derivate parziali, perché sappiamo che in tale stato esse sono uguali alle rispettive remunerazioni reali. Formalmente, per il capitale:

$$\frac{\partial Q_t}{\partial K_t} = \frac{r_t}{P_t}$$

mentre per il lavoro

$$\frac{\partial Q_t}{\partial L_t} = \frac{W_t}{P_t}$$

Sostituendo nella ((8.1.10)) otteniamo:

$$\frac{dQ_t}{Q_t} = \frac{dA_t}{A_t} + \frac{r_tK_t}{P_tQ_t}\frac{dK_t}{K_t} + \frac{W_tL_t}{P_tQ_t}\frac{dL_t}{L_t} \tag{8.1.11}$$

L'unica grandezza non misurabile che compare nella (8.1.11) è proprio la crescita della produttività totale dei fattori, che quindi può essere definita in maniera residuale come:

$$\mathcal{R}_t = \frac{dA_t}{A_t} = \frac{dQ_t}{Q_t} - \frac{r_tK_t}{P_tQ_t}\frac{dK_t}{K_t} - \frac{W_tL_t}{P_tQ_t}\frac{dL_t}{L_t} \tag{8.1.12}$$

ovvero, la differenza tra la crescita del prodotto (dQ/Q) e quelle dei fattori della produzione ($dK/K, dL/L$) ponderate con le rispettive quote sul valore aggiunto (rispettivamente, r_tK_t/P_tQ_t per il capitale e W_tL_t/P_tQ_t per i salari.[5]. Può quindi essere calcolata a partire da dati su prezzi e quantità di produzione realizzata ed input utilizzati comunemente disponibili. Per la sua natura di residuo questa misura ha preso nella letteratura il nome di residuo di Solow.

E' importante avere chiaro che anche se in teoria $\mathcal{R}$ misura il tasso di crescita del parametro di efficienza tecnica A, ovvero la crescita del prodotto non spiegata dalla crescita della quantità di input utilizzati, in pratica, è solamente "una

[5]Vale la pena notare che le quote dei fattori della produzione sul valore aggiunto sono abbastanza stabili nel tempo in ciascun paese, anche se presentano una certa variabilità tra paesi. Ad esempio, in Italia dagli anni '70 ad oggi la quota dei redditi da lavoro dipendente sul valore aggiunto ha oscillato tra il 46% ed il 54%.

misura della nostra ignoranza" (Abramovitz, 1956). Come residuo comprende infatti un molteplicità di effetti: errori di misurazione (aspetto particolarmente serio nel caso del capitale), variazioni cicliche del tasso di utilizzazione dei fattori (che producono prociclicità, ovvero la tendenza a crescere nelle fasi di espansione economica, e contrarsi in quelle di stagnazione), economie di scala, errori di specificazione. Questi possono essere presenti anche se è valido il modello (8.1.7). Il passaggio dalla (8.1.10) alla (8.1.11) e infatti lecito se, e solo se, il sistema e in un equilibrio di concorrenza perfetta; altrimenti, le produttività marginali (non osservabili) non sono uguali ai prezzi relativi (osservate ed utilizzate nei calcoli empirici). Ancora più radicalmente, i miglioramenti di efficienza possono essere non omogenei tra i due fattori, e quindi la funzione di produzione, invece che del tipo (8.1.7), essere del tipo

$$Q_t = F(a_t K_t; b_t L_t).$$

dove a_t e il fattore che misura il progresso tecnico incorporato nello stock di capitale e b_t quello del lavoro. In questo caso si dimostra che $\mathcal{R}$ è una media ponderata degli indici di efficienza dei due fattori, con pesi le rispettive quote. Quindi, può variare anche in conseguenza di un semplice cambiamento della distribuzione del reddito tra lavoro e capitale, essendo in realtà inalterati gli indici latenti di efficienza tecnica.

Vediamolo nel caso semplificato di una funzione di produzione di tipo *Cobb-Douglas*, lineare nei logaritmi:

$$Q_t = (a_t K_t)^{\alpha} (b_t L_t)^{\beta}.$$

Prendendo il differenziale logaritmico:

$$d\ln Q_t = d[\alpha \ln(a_t K_t) + \beta \ln(b_t L_t)] = \alpha d\ln a_t + \beta d\ln b_t + \alpha d\ln K_t + \beta d\ln L_t$$

poiché la condizione di equilibrio di uguaglianza tra produttività marginale di una fattore e la remunerazione reale reale implica l'uguaglianza tra elasticità e quote dei redditi dei fattori[6] possiamo sostituire le quote di salari e profitti alle elasticità α e β, ottenendo

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_t &= d\ln Q_t - (\frac{r_t K_t}{P_t Q_t}) d\ln K_t - (\frac{W_t L_t}{P_t Q_t}) d\ln L_t \\ &= (\frac{r_t K_t}{P_t Q_t}) d\ln a_t + (\frac{W_t L_t}{P_t Q_t}) d\ln b_t\end{aligned}$$

come sostenuto in precedenza.

8.2 La misura empirica della produttività totale dei fattori per l'economia italiana

Esaminiamo ora come i concetti discussi finora in termini generali sono definiti in pratica dall'Istat. La pubblicazione di riferimento è Istat (2007). Il punto di

[6]Ad esempio, moltiplicando ambo i membri della condizione di equilibrio $\partial Q/\partial L = W/P$ per L/Q otteniamo $(\partial Q/\partial L)(L/Q) = (\partial Q/Q)(\partial L/L) = WL/PQ$.

partenza è la constatazione che il residuo di Solow $\mathcal{R}$, definito in tempo continuo, può essere visto come il tasso di crescita di un indice di tipo Divisia dei volumi (dettagli nell'Appendice alla fine del capitolo). L'indice di Divisia, definito nel continuo, non è empiricamente calcolabile; tuttavia, lo è la sua approssimazione nel discreto, *l'indice di Törnqvist*, che potremmo quindi usare per calcolare il residuo di Solow in pratica. L'indice di Törnqvist è una media geometrica ponderata, con pesi le medie aritmetiche delle quote nei due periodi in esame. Nel caso dell'indice di volume di un paniere di N prodotti, indicando con P_i e Q_i rispettivamente prezzo e quantità del bene i:

$$T_{0t} = \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{Q_{it}}{Q_{i0}}\right)^{\frac{\theta_{io}+\theta_{it}}{2}}$$

dove

$$\theta_{ix} = \frac{P_{ix}Q_{ix}}{\sum_{j=1}^{N} P_{jx}Q_{jx}}, \quad x = 0, t.$$

Vediamo ora le misure empiriche delle diverse grandezze (produzione, capitale, lavoro) che entrano nel calcolo di $\mathcal{R}$

8.2.1 Misure della produzione e dei fattori della produzione

8.2.1.1 Produzione

Come misura del risultato del processo di produzione si può utilizzare sia la produzione totale che il valore aggiunto (Y). Nel primo caso le materie prime devono essere incluse tra i fattori della produzione, mentre nel secondo, la scelta più comune, questi comprendono i soli fattori primari (lavoro e capitale).

8.2.1.2 Lavoro

L'input di lavoro può essere misurato in diversi modi: numero di addetti, numero di Unità di Lavoro standard (ULA), numero di ore lavorate complessivamente da tutti i lavoratori (o *monte ore*). E' evidente che quest'ultima è la misura migliore, in quanto coglie tempestivamente sia le variazioni strutturali della domanda di lavoro che portano a variazioni nel numero di addetti che quelle congiunturali, che si traducono in ore in più rispetto all'orario contrattuale (straordinari) o in meno (Cassa Integrazione) a parità di addetti. In assenza di informazioni precise sulle ore lavorate possono essere utilizzate le ULA, che sono una stima del numero equivalente di addetti a tempo pieno (e quindi in sostanza del monte ore).

La catena (8.1.3) diventa quindi

$$\frac{PIL}{Pop} = \frac{PIL}{Ore} \times \frac{Ore}{Occ} \times \frac{Occ}{FL} \times \frac{FL}{Pop_L} \times \frac{Pop_L}{Pop}$$

in cui la produttività è espressa per ora lavorata ed è messo in evidenza anche il legame positivo del PIL pro capite con l'orario di lavoro medio per occupato (Ore/Occ).

Un lettore attento a questo punto avrà formulato una naturale obiezione: non tutte le ore di lavoro sono uguali. Questo evidente problema è posto in maniera molto schietta in Bureau of Labor Statistics (1993):

> Labour productivity measures have traditionally defined labour input as the sum of all hours worked by employees, proprietors and unpaid workers. As a result, an hour worked by a highly experienced surgeon and an hour worked by a newly hired teenager at a fast food restaurant are treated as equal amounts of labour[7].

L'implicazione importante è che sia un innalzamento generale del grado di qualificazione dei lavoratori in tutti i settori dell'economia che flessioni della quota di occupazione dei settori in cui la forza lavoro è mediamente meno qualificata accompagnate da incrementi nei settori in cui lo è mediamente di più (nell'esempio riportato sopra, rispettivamente ristorazione e sanità, ovvero terziario tradizionale e terziario avanzato) verranno interpretati come una crescita della produttività totale dei fattori, piuttosto che di quella del fattore lavoro. Purtroppo si tratta di un problema di difficile soluzione. In linea di principio è certamente possibile correggere l'input di lavoro utilizzato per tenere conto della qualità della forza lavoro, ad esempio ponderando per il grado di scolarizzazione. Tuttavia, ciò non è affatto semplice da realizzare, perché sarebbe necessario controllare la corrispondenza tra titolo di studio e mansione svolta: una scolarizzazione elevata ma di indirizzo irrilevante per la mansione è poco probabile che porti ad un miglioramento della qualità dell'input di lavoro fornito. Di conseguenza, in pratica gli enti di statistica ufficiale continuano in prevalenza ad utilizzare misure di quantità (ore, addetti od addetti equivalenti).

8.2.1.3 Capitale

Come nel caso del lavoro ci interessa cogliere il flusso di servizi produttivi forniti dallo stock esistente di capitale. Ad esempio, un *edificio* (che è un oggetto, quindi parte dello stock) fornisce *protezione* dall'ambiente esterno a persone e cose (che è un servizio); un martello (oggetto) permette di piantare un chiodo in maniera più efficiente che non a mani nude (servizio). Nel caso ideale di capitale omogeneo il volume di servizi forniti (K) può essere considerato proporzionale allo stock di capitale (SK); la crescita (l'indice) del flusso di servizi coincide quindi con la crescita (l'indice) dello stock. Nella realtà esistono tuttavia tipi diversi di beni capitali, ben nove nella classificazione più diffusa[8]. Per misurare la crescita dell'insieme dei servizi del capitale è necessario quindi utilizzare un indice

[7] "Le misure della produttività del lavoro hanno tradizionalmente definito l'input di lavoro come la somma di tutte le ore lavorate da dipendenti, proprietari e lavoratori non pagati. Di conseguenza, un'ora lavorata da un chirurgo di grande esperienza ed un'ora lavorata da un adolescente appena assunto in un fast-food sono trattate come un pari ammontare di lavoro."

[8] Sei tipi di natura tradizionale (detti *non ICT*, dove ICT è la sigla del termine inglese *Information and Communication Technology*): Macchine e attrezzature; mobili; mezzi di trasporto su strada; mezzi di trasporto aereo, navale e ferroviario; fabbricati non residenziali; altri beni intangibili e servizi, e tre tipi di beni ICT: hardware, software, attrezzature per la comunicazione.

complesso. Per la corrispondenza formale tra la (8.1.12) e l'indice di Divisia la scelta cade sull'indice di Törnqvist dei volumi, che, espresso in forma logaritmica, è dato da:

$$\ln(\frac{K_t}{K_{t-1}}) = \sum\nolimits_{i=1}^{9} 0.5(v_{it} + v_{it-1}) \ln\left(\frac{SK_{it}}{SK_{i0}}\right) \tag{8.2.1}$$

dove $v_{it} = r_{it}SK_{it} / \left(\sum\nolimits_{j=1}^{9} r_{jt}SK_{jt}\right)$, in cui r_i è il costo d'uso del bene capitale i; v_i è quindi la quota dei costi del capitale dovuta all'uso di questo tipo di bene. Ponderando i volumi fisici (stock) dei vari tipi di beni capitali con il costo del loro uso, che in condizioni di equilibrio di concorrenza perfetta è uguale alla produttività marginale, l'indice Törnqvist dà quindi peso maggiore alla crescita degli stock dei beni capitali più produttivi[9] (quindi, annotazione importante, coglie i miglioramenti qualitativi dello stock di capitale, ovvero il progresso tecnico incorporato in esso).

Per calcolare la (8.2.1) sono necessari dati sugli stock di capitale e sui costi d'uso. I primi sono sono stimati mediante il metodo dell'inventario permanente, sui cui dettagli non entriamo ora. Poiché in genere i beni capitali vengono utilizzati direttamente dai proprietari, e quindi non esiste un mercato per i loro servizi[10], i costi d'uso devono essere stimati. A questo scopo è utile distinguere le tre componenti che concorrono a comporre il costo d'uso (r_{it}):

(1) il costo del finanziamento, dato dal tasso d'interesse di mercato (i; nel caso di autofinanziamento questo misura il costo opportunità della rinuncia ad usi alternativi delle risorse disponibili) applicato al prezzo pagato: $p_{it-1}i_t$;

(2) il deprezzamento (d) dei beni capitali dovuto alla loro normale usura: $p_{it-1}d_{it}$;

(3) eventuali perdite in conto capitale dovuti a diminuzioni del prezzo del bene: $(p_{it-1} - p_{it})$[11].

Quindi il costo d'uso sarà

$$r_{it} = p_{it-1}(i_t + d_{it}) + (p_{it-1} - p_{it})$$

Mentre il costo del finanziamento dipende dalle condizioni del mercato finanziario ed è quindi uguale per tutti i tipi di beni, gli altri due costi sono specifici per tipo. Ad esempio, i computer hanno usura fisica molto limitata ma forti perdite in conto capitale dovute al rapido progresso tecnico che rende rapidamente obsoleti, quindi di scarso valore, i computer esistenti, mentre l'opposto vale per macchinari tradizionali per i quali l'innovazione, quindi la perdita di valore per obsolescenza, è più lenta, ma l'usura fisica maggiore.

[9] OECD (2001) raccomanda di utilizzare un approccio di questo tipo anche per calcolare l'indice aggregato delle ore lavorate, calcolando cioè un indice di Törnqvist che sintetizzi indici settoriali delle ore lavorate pesandoli con le quote settoriali dei salari sul totale dell'economia. In questo modo sarebbero colti perlomeno gli effetti di composizione settoriale discussi in precedenza, in quanto il livello qualitativo medio della forza lavoro può ragionevolmente essere considerato proporzionale al salario medio.

[10] L'unica ovvia eccezione è proprio quella degli edifici e del relativo mercato degli affitti.

[11] Se i prezzi crescono $(p_{it-1} - p_{it}) < 0$ e avremo un guadagno in conto capitale, da sottrarre ai costi dati dalle altre componenti.

8.2.2 Produttività del lavoro

La produttività del lavoro (PL) è definita come il rapporto tra l'indice di volume del valore aggiunto e l'indice di volume dell'input di lavoro (L). La sua crescita è quindi misurata come variazione logaritmica del valore aggiunto per ora lavorata:

$$\begin{aligned}\ln(\frac{PL_t}{PL_{t-1}}) &= \ln(\frac{Y_t/L_t}{Y_{t-1}/L_{t-1}}) \\ &= \ln(\frac{Y_t/Y_{t-1}}{L_t/L_{t-1}}) \\ &= \Delta\ln(Y_t) - \Delta\ln(L_t)\end{aligned}$$

Se consideriamo una scomposizione dell'economia in N settori, possiamo definire il contributo alla crescita della produttività generale fornito da ciascuno di essi come la differenza tra il tasso di crescita del valore aggiunto settoriale e quello delle ore lavorate, ponderati con le rispettive quote sul totale dell'economia. Infatti:

$$\begin{aligned}\widehat{PL}_t &= \widehat{Y_t/L_t} \\ &= \widehat{Y}_t - \widehat{L}_t \\ &= \widehat{\textstyle\sum_{i=1}^N Y_t} - \widehat{\textstyle\sum_{i=1}^N L_t} \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^N \widehat{Y}_{it}\frac{Y_{it}}{Y_t} - \sum_{i=1}^N \widehat{L}_{it}\frac{L_{it}}{L_t} \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^N \left(\widehat{Y}_{it}\frac{Y_{it}}{Y_t} - \widehat{L}_{it}\frac{L_{it}}{L_t}\right)\end{aligned}$$

8.2.3 Produttività totale dei fattori

In pratica la crescita della produttività totale dei fattori (PTF) è misurata dalle variazioni del rapporto tra una misura di volume del valore aggiunto ed una dell'input complessivo dei fattori della produzione (capitale e lavoro), I. Disponendo di indici dei volumi degli input di lavoro e capitale e delle relative quote sul valore aggiunto ($s^L = WL/Y$, $s^K = rK/Y$) l'indice degli input complessivamente impiegati si ottiene immediatamente come il seguente indice di Törnqvist:

$$\ln(\frac{I_t}{I_{t-1}}) = 0.5(s_t^L + s_{t-1}^L)\ln(\frac{L_t}{L_{t-1}}) + 0.5(s_t^K + s_{t-1}^K)\ln(\frac{K_t}{K_{t-1}})$$

per cui la variazione logaritmica della produttività totale dei fattori, ovvero la crescita della produzione che non può essere spiegata dalla crescita del volume di input impiegati[12], è pari a:

$$\begin{aligned}\ln(\frac{PTF_t}{PTF_{t-1}}) &= \ln(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}) - \ln(\frac{I_t}{I_{t-1}}) \\ &= \ln(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}) - 0.5(s_t^L + s_{t-1}^L)\ln(\frac{L_t}{L_{t-1}}) - 0.5(s_t^K + s_{t-1}^K)\ln(\frac{K_t}{K_{t-1}}).\end{aligned}$$

[12] Oppure, come discusso in precedenza, dai miglioramenti qualitativi del capitale nel caso di servizi del capitale misurati mediante un indice di Törnqvist dei volumi ponderato con i costi d'uso. .

../2009/grafico.eps

Figura 8.2.1: Italia, 1981-2006. Ore lavorate, Valore Aggiunto, Valore Aggiunto per ora lavorata e Produttività Totale dei Fattori. Tutte le serie numeri indice 2000=100. *Fonte*: Istat (2007).

Applicando la procedura così descritta l'Istat ha prodotto delle stime ufficiali della crescita della produttività totale dei fattori a partire dal 1981. Come si vede dalla Fig. 8.2.1, PIL per ora lavorata (produttività del lavoro), PIL e PTF hanno avuto negli ultimi due decenni andamenti sensibilmente correlati. Particolarmente interessante (in effetti, preoccupante) il rallentamento segnato dalla dinamica del PIL per ora lavorata (in sostanza, la capacità unitaria di creare benessere) in corrispondenza dell'analogo rallentamento della crescita della PTF a partire dal 2000: in questi ultimi anni la crescita del PIL sembra essere stata soprattutto il risultato di un aumento della quantità delle ore lavorate piuttosto che di un miglioramento della capacità del sistema economico italiano di creare valore.

8.3 Appendice: l'indice di Divisia

Premesso che un indice dei volumi non è altro che un rapporto del tipo Q_T/Q_0 che misura la crescita dei soli volumi di un aggregato $X_t = P_t Q_t$, l'intuizione alla base dell'indice proposto dall'economista francese Francois Divisia nel 1925 è di partire dal differenziale logaritmico di X rispetto al tempo:

$$\underbrace{\frac{d\ln X_t}{dt}}_{\substack{\text{variazione}\\ \text{del valore (log)}}} = \underbrace{\frac{d\ln P_t}{dt}}_{\substack{\text{variazione dei prezzi (log)}\\ \text{a quantità costanti}}} + \underbrace{\frac{d\ln Q_t}{dt}}_{\substack{\text{variazione della quantità (log)}\\ \text{a prezzi costanti}}} \tag{8.3.1}$$

Nel caso di un aggregato eterogeneo, $X_t = \sum_{i=1}^{N} X_{it} = \sum_{i=1}^{N} P_{it}Q_{it}$, applichiamo innanzitutto il risultato che la crescita di una somma è uguale alla media ponderata della crescita degli addendi:

$$\frac{d\ln X_t}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \theta_{it}\frac{d\ln X_{it}}{dt}$$

dove $\theta_{it} = X_{it}/X_t$ è il peso dell'i-ma componente sul totale. Quindi, sostituendo per $d\ln X_{it}$ la somma della crescita di prezzi e quantità, come visto sopra, e risistemando:

$$\frac{d\ln X_t}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \theta_{it}\left(\frac{d\ln P_{it}}{dt} + \frac{d\ln Q_{it}}{dt}\right) \tag{8.3.2}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \theta_{it}\frac{d\ln P_{it}}{dt} + \sum_{i=1}^{N} \theta_{it}\frac{d\ln Q_{it}}{dt} \tag{8.3.3}$$

Poiché sappiamo che $d\ln X_t/dt = d\ln P_t/dt + d\ln Q_t/dt$, dalla (8.3.2) possiamo concludere che la crescita aggregata del volume, $d\ln Q_t/dt$, è una media ponderata della crescita dei volumi di ogni componente con pesi le quote θ_{it} :

$$\frac{d\ln Q_t}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \theta_{it}\frac{d\ln Q_{it}}{dt}. \tag{8.3.4}$$

Poiché stiamo operando in tempo continuo, la crescita cumulata da un tempo base 0 al tempo T è data dall'integrale tra questi estremi. Integrando ambo i membro della (8.3.4):

$$\int_0^T \frac{d\ln Q_t}{dt}dt = \int_0^T \left(\sum_{i=1}^{N} \theta_{it}\frac{d\ln Q_{it}}{dt}\right) dt$$

da cui otteniamo l'indice dei volumi in forma logaritmica:

$$\ln(\frac{Q_T}{Q_0}) = \int_0^T \left(\sum_{i=1}^{N} \theta_{it}\frac{d\ln Q_{it}}{dt}\right) dt. \tag{8.3.5}$$

Ricordando che $dlnX_t = dX_t/X_t$, è a questo punto evidente come il residuo di Solow

$$\mathcal{R}_t = \frac{dQ_t}{Q_t} - \frac{r_tK_t}{P_tQ_t}\frac{dK_t}{K_t} - \frac{W_tL_t}{P_tQ_t}\frac{dL_t}{L_t} \tag{8.3.6}$$

ha la forma di un indice di Divisia, in quanto le variazioni logaritmiche delle quantità di input utilizzati (dK_t/K_t e dL_t/L_t) sono ponderate con le rispettive quote in valore (r_tK_t/P_tQ_t e W_tL_t/P_tQ_t).

Osservando la (8.3.5) si nota come le caratteristiche fondamentali dell'indice di Divisia sono di avere pesi variabili nel tempo, di tenere conto dell'evoluzione su tutto il periodo, e di essere definito in tempo continuo. Quest'ultima lo rende di interesse puramente teorico: la sua approssimazione in tempo discreto, empiricamente realizzabile, è l'indice di Törnqvist, che mette a confronto direttamente i volumi agli estremi dell'intervallo (perdendo così la seconda delle caratteristiche elencate sopra) con pesi pari alla media delle quote in tali periodi:

$$\ln\left(\frac{Q_T}{Q_0}\right) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\theta_{i0} + \theta_{iT}}{2}\right) \ln\left(\frac{Q_{iT}}{Q_{i0}}\right).$$

Bibliografia

[1] Abramovitz, M. (1956) "Resource and output trends in the United States since 1870" *American Economic Review*, vol. 46, pp. 5-23.

[2] Bureau of Labor Statistics (1993) *Labor Composition and U.S. Productivity Growth, 1948-90*, US Government Printing Office.

[3] Copeland, M.A. (1937) "Concepts of National income" *Studies in Income and Wealth* vol. 1, New York, National Bureau of Economic Research, pp. 3-63.

[4] Hulten, C. (2001) "Total factor productivity: a short biography", in C. R. Hulten, E. R. Dean & M. J. Harper (a cura di), *New Directions in Productivity Analysis*, *Studies in Income and Wealth*, Chicago, University of Chicago Press for the National Bureau of Economic Research.

[5] Istat (2007) "Misure di produttività - Anni 1980-2006" *Statistiche in breve* 5 Ottobre (disponibile su www.istat.it).

[6] OECD (2001) *Measuring Productivity - Measurement of aggregate and industry-level productivity growth* OECD, Parigi (disponibile su www.sourceOECD.org).

[7] Solow, R. M. (1957) "Technical Change and the Aggregate Production Function" *Review of Economics and Statistics*, vol. 39, pp. 312-320.

Capitolo 9

La Bilancia dei Pagamenti[1]

9.1 Oggetto e struttura della Bilancia dei Pagamenti

La bilancia dei pagamenti (BP) è un documento statistico, la cui compilazione è curata nel nostro paese dalla Banca d'Italia, che riassume le transazioni intervenute tra residenti di un paese e non residenti nel corso di un intervallo di tempo[2].

Per le autorità responsabili della conduzione della politica economica è di grande importanza conoscere innanzitutto il saldo complessivo di queste transazioni, il segno cioè della differenza tra entrate e uscite. Per capire perché consideriamo un'economia mondiale in cui l'unico mezzo di pagamento accettato a livello internazionale sia l'oro, come in effetti è accaduto per gran parte della storia. In questo mondo per ciascun paese le importazioni causano deflussi di oro, e le esportazioni all'opposto afflussi. E' ovvio che paesi privi di miniere d'oro non potranno sostenere nel lungo termine un livello di importazioni superiore alle esportazioni, perché l'oro a disposizione si esaurirebbe[3]: quindi per le autorità di tali paesi sarebbe assolutamente necessario conoscere il saldo del commercio internazionale, intervenendo nel caso di disavanzi prolungati nel tempo con misure che scoraggino le importazioni e incoraggino le esportazioni.

La realtà è ovviamente molto più complicata: oggi le transazioni internazionali non si pagano in oro, ma prevalentemente in dollari, che non sono estratti, ma stampati dalla banca centrale degli Stati Uniti; alcune tra le più grandi economie del mondo condividono la stessa valuta, l'Euro; infine, è possibile indebitarsi a livello internazionale. Ciononostante, resta vero che squilibri delle transazioni internazionali provocano effetti indesiderabili di vario genere, tanto che un indi-

[1] Desidero ringraziare Silvia Sabatini per utili suggerimenti.

[2] Ricordiamo che lo SNA considera residenti in un paese tutte le unità istituzionali (famiglie, imprese, istituzioni pubbliche e private) che hanno in esso il centro predominante dei propri interessi economici. Quindi, un individuo può essere *residente* in un paese diverso da quello di cui ha la *nazionalità*.

[3] Ovviamente vale anche l'opposto. Questa era la motivazione che spingeva i Mercantilisti nel XVII-XVIII secolo a sostenere che politiche indirizzate all'accumulo sistematico di avanzi (esportazioni maggiori delle importazioni) avrebbero portato all'aumento della ricchezza, quindi della potenza militare di un paese.

catore desunto dalla BP è incluso nella lista dei 14 utilizzati dalla Commissione Europea per controllare le condizioni economiche dei paesi membri dell'Unione e prevenire squilibri macroeconomici («Macroeconomic imbalance procedure scoreboard»).

Di conseguenza non solo il saldo complessivo della BP, ma anche la natura delle transazioni che lo hanno prodotto, sono oggetto di attenta osservazione da parte delle autorità monetarie e degli analisti finanziari. Proprio per permettere analisi accurate la BP è suddivisa in diversi *conti*, ciascuno dei quali comprende transazioni di natura simile. Queste possono riguardare oggetti materiali, come nel caso del commercio internazionale che viene più immediatamente in mente, ma anche servizi, diritti di sfruttamento di risorse naturali o di opere d'arte, strumenti finanziari. Per mettere ordine in questa varietà di casi diversi separiamo innanzitutto risorse *finanziarie* da quelle che non lo sono. Le prime sono facilmente definibili: gli strumenti finanziari sono il risultato di contratti finanziari, come azioni (che sono diritti di proprietà di una quota di una società) e titoli di debito (impegni di pagamento).

Le risorse non finanziarie sono invece un aggregato molto eterogeneo. In primo luogo, possono essere *prodotte* o *non prodotte*. Il contenuto della prima categoria è facilmente intuibile: tutti i possibili risultati di un processo di produzione. Quindi ovviamente manufatti, ma anche prodotti ottenuti direttamente dalla natura come risultato di processi di estrazione, coltivazione, pesca, allevamento (minerali grezzi, prodotti agricoli, ecc.).

La seconda categoria appare più sfuggente: quali saranno degli esempi di risorse contemporaneamente *non finanziarie* e *non prodotte*? Innanzitutto, i diritti di sfruttare delle risorse naturali[4] a cui abbiamo accennato sopra. Poi, i diritti di sfruttare quelle che si definiscono «opere dell'ingegno»: invenzioni (compresi programmi informatici), opere d'arte, ecc., che sono il risultato della creazione umana, ma non di un processo di produzione. I diritti che le interessano sono brevetti (il diritto di sfruttare in via esclusiva un'invenzione), diritti d'autore su opere artistiche, diritti di sfruttamento di marchi commerciali. Una particolare categoria di questi diritti sono quelli di avvalersi del talento degli atleti professionisti, garantito dai contratti che questi firmano con le società sportive: i trasferimenti di atleti sotto contratto tra società sportive residenti in paesi diversi danno luogo a pagamenti per l'acquizione di tali diritti.

Tornando alle risorse prodotte, accanto a quelle *materiali*, cioè vari tipi di beni, possiamo introdurne anche di *immateriali*, cioè i servizi. Poiché i servizi vengono generalmente utilizzati nel luogo ed istante della loro produzione, l'idea di un commercio internazionale di servizi può apparire strana. In realtà si tratta di flussi di importanza non trascurabile, e velocemente crescente: Internet rende possibile utilizzare istantaneamente servizi finanziari e di intrattenimento, come video «on demand», forniti da soggetti residenti in qualsiasi parte del mondo. Non mancano nemmeno esempi di commercio internazionale di servizi tradizionali, come lo smaltimento di rifiuti urbani: le spese relative al trattamen-

[4] Notare che questi *diritti* sono una cosa diversa dai *risultati* di tale sfruttamento, che sono attività prodotte. Il diritto riguarda un giacimento non prodotto dall'uomo, il minerale è il risultato del processo di estrazione, quindi è un prodotto.

to in impianti all'estero di rifiuti urbani prodotti nel nostro paese sono registrate infatti come importazioni di servizi.

Proseguendo, abbiamo transazioni che riguardano i *servizi dei fattori della produzione*, lavoro e capitale. Il primo caso si presenta quando un'azienda utilizza i servizi di un lavoratore non residente. Il secondo sostanzialmente in due casi: quando residenti sono indebitati con non residenti, a cui quindi pagano degli interessi, oppure quando delle quote del capitale di un'impresa sono possedute da non residenti, che quindi ricevono una parte dei profitti (nel caso di società quotate in borsa le prime sono delle azioni e le seconde i relativi dividendi). Possiamo poi avere *transazioni in strumenti finanziari* (azioni, obbligazioni), ed infine delle particolari transazioni dette *trasferimenti unilaterali*, in cui i flussi vanno in una sola direzione, senza contropartita. Questi flussi unilaterali possono essere di natura volontaria, interessando sia il reddito (*trasferimenti unilaterali correnti*) che la ricchezza (*trasferimenti unilaterali in conto capitale*), oppure legati al settore pubblico. In questo secondo caso abbiamo *imposte,* quando i trasferimenti sono a favore di una amministrazione pubblica, e *prestazioni sociali,* quando all'opposto una amministrazione pubblica trasferisce risorse ad un altro soggetto.

Riassumendo, i criteri di classificazione che abbiamo considerato suggeriscono una serie di dicotomie:

- transazioni bilaterali/unilaterali
- risorse finanziarie/non finanziarie
- risorse prodotte/non prodotte
- risorse prodotte materiali (beni)/risorse prodotte non materiali (servizi)
- servizi del lavoro/del capitale
- trasferimenti di reddito/di capitale

riassunte negli Schemi A e B

Schema A. transazioni bilaterali: *scambi di risorse*

$$\begin{cases} Finanziarie\ (azioni, obbligazioni, ecc.) \\ \\ Non\ Finanziarie \begin{cases} Non\ Prodotte\ (brevetti, marchi, diritti, ecc.) \\ \\ Prodotte \begin{cases} Materiali : beni \\ Non\ Materiali : servizi \begin{cases} Lavoro \\ Capitale \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Schema B. transazioni unilaterali:

$$\begin{cases} imposte \\ prestazioni\ sociali \\ trasferimenti \begin{cases} di\ reddito \\ di\ capitale \end{cases} \end{cases}$$

Questi otto tipi di transazioni sono classificati in tre grandi conti:

- Conto Corrente
- Conto Capitale
- Conto Finanziario

La struttura e le regole di compilazione sono fissate dal Fondo Monetario Internazionale in un manuale, pubblicato per la prima volta nel 1948 e giunto ora alla sesta edizione, nota come BPM6[5]. Anche se ad ogni edizione sono introdotte innovazioni di varia entità, per cui BP compilate in periodi diversi non sono direttamente confrontabili, i cambiamenti sostanziali sono stati rari. Vediamo ora qualche dettaglio.

9.1.1 Conto Corrente

Questo conto, rimasto sostanzialmente inalterato nelle diverse edizioni del manuale, comprende *flussi di beni, servizi, redditi primari e redditi secondari.*

E' suddiviso in tre sottoconti:

1. *conto dei beni e dei servizi*: scambi di
   (a) beni;
   (b) servizi.
2. *conto primario del reddito*: pagamenti per l'uso di
   (a) servizi del lavoro (salari),
   (b) servizi del capitale (interessi e dividendi),
   (c) attività non finanziarie non prodotte (cioè per permessi di sfruttamento di giacimenti minerari, dell'uso di brevetti e marchi, ecc.);
3. *conto secondario del reddito*: pagamenti legati alla redistribuzione del reddito,

[5]International Monetary Fund, *Balance of payments and international investment position manual* Washington, D.C., 2009.

(a) imposte;

(b) prestazioni sociali;

(c) trasferimenti correnti (cioè che influenzano il reddito disponibile) tra stati e tra privati.

9.1.2 Conto Capitale

Questo secondo conto registra acquisizioni e cessioni di *attività non finanziarie non prodotte*, cioè:

1. compravendite di giacimenti minerari, titolarità di brevetti e marchi, ecc.;

2. trasferimenti in conto capitale, ovvero donazioni della proprietà di un'attività.

Donazioni di questo tipo sono molto rare, essenzialmente limitate ai casi di progetti di cooperazione internazionale nella realizzazione di progetti di investimento e di cancellazione di debito.

9.1.3 Conto Finanziario

Questo terzo ed ultimo conto registra acquisizioni e cessioni di *attività finanziarie*, che possono essere:

1. la conseguenza di flussi registrati nei primi due conti: il pagamento di un bene esportato od importato, di servizi del lavoro scambiati tra non residenti, ecc.;

2. di natura esclusivamente finanziaria, cioè uno scambio di strumenti finanziari (azioni, obbligazioni, valuta) tra residenti di paesi diversi.

Vale la pena sottolineare che nelle trattazioni per linee generali della BP, come quelle che si trovano spesso nei testi di Macroeconomia, vengono usualmente distinti solamente un "Conto Corrente" ed un "Conto Capitale" che comprende sia il Conto Capitale che il Conto Finanziario del BPM6[6].

9.1.4 Saldo dei tre conti

La somma dei saldi di conto corrente e conto capitale è pari al surplus (se positivo) o deficit (se negativo) del paese considerato rispetto al resto del mondo (RdM).

In linea di principio questo saldo è pari a quello del conto finanziario, che infatti in caso di surplus mostra come le risorse in eccesso siano utilizzate per finanziare il RdM oppure, in quello di deficit, come quelle necessarie siano fornite dal RdM. Poiché però questa uguaglianza in pratica non realizza mai, si aggiunge ai conti principali una sezione di bilanciamento detta "Errori ed omissioni".

[6] In effetti anche il BPM fino alla 5^a edizione adottava questo approccio.

Poiché il Saldo del Conto Capitale è in pratica trascurabile rispetto a quello del Conto Corrente, quest'ultimo è l'aggregato in effetti tenuto sotto osservazione dagli analisti. Ad esempio, l'indicatore della BP incluso nel ≪Macroeconomic imbalance procedure scoreboard≫ della Commissione Europea[7] è la media degli ultimi tre anni del saldo del Conto Corrente rispetto al PIL. Valori maggiori del 6% e minori del -4% vengono considerati segnali di squilibrio, perché portebbero rapidamente ad cambiamenti significativi dell'accreditamento netto del paese verso il RdM. Si tratta ovviamente di ≪squilibri≫ in senso diverso: SCC persistentemente negativo, e quindi un processo di indebitamento crescente, è palesemente insostenibile nel lungo periodo, mentre il caso opposto (SCC persistentemente positivo, e quindi accreditamento crescente) non pare a prima vista presentare problemi. Tuttavia, dal punto di vista dell'Unione Europea è chiaro che non è così, perché l'accreditamento di un paese è ovviamente indebitamento di altri. Se questi sono membri dell'Unione, come molto probabile data la forte integrazione delle economie UE, è chiaro che accreditamento eccessivo di alcuni paesi ed indebitamento eccessivo di altri non sono altro che le due facce di uno stesso scenario di squilibrio.

9.2 Conto Corrente e Conto Capitale: regole di registrazione e compilazione

Le transazioni sono registrate con il metodo della *partita doppia*, secondo il quale ogni flusso è registrato due volte, una come credito ed una come debito. Il principio di questo metodo, inventato dai mercanti medioevali, è molto semplice; prendiamo l'esempio di un negoziante che vende un oggetto ad un cliente che lo paga in contanti. Possiamo notare che questa semplice transazione comporta due flussi: da una parte, il negoziante ha consegnato l'oggetto al cliente. Questo implica un credito del negoziante rispetto al cliente pari al valore dell'oggetto. Dall'altra, il cliente ha consegnato del denaro al negoziante, che è quindi in debito con il cliente per tale ammontare. Poiché crediti e debiti sono identici la contabilità è in pareggio, il che ci conferma che i conti sono stati tenuti accuratamente sia per quanto riguarda le entrate che le uscite.

Nei primi due conti (conto corrente e conto capitale) sono *crediti* (segno +):

1. esportazioni (vendite di beni e servizi a non residenti; X);
2. redditi ricevuti per servizi di lavoro e servizi del capitale forniti a non residenti (Y_a);
3. trasferimenti ricevuti (cioè effettuati da non residenti a favore di residenti), sia correnti (TCC_a) che in conto capitale (TCK_a);
4. cessione a non residenti di attività non finanziarie non prodotte ($ANFNP_a$).

[7] Per dettagli vedere European Commission, ≪The Macroeconomic Imbalance Procedue: Rationale, Process, Application: A Compendium≫ Institutional Paper 39, Novembre 2016.

Di conseguenza, sono *debiti* (segno -) tutti i flussi opposti:

1. importazioni (acquisti di beni e servizi da non residenti, M);
2. redditi pagati per servizi di lavoro e capitale forniti da non residenti (Y_p);
3. trasferimenti effettuati (cioè effettuati da residenti a favore di non residenti), sia correnti (TCC_p) che in conto capitale (TCK_p);
4. acquisizioni da non residenti di attività non finanziarie non prodotte ($ANFNP_p$).

Il saldo del **Conto Corrente** è quindi pari a

$$\begin{aligned} SCC &= (X + Y_a + TCC_a) - (M + Y_p + TCC_p) \\ &= (X - M) + (Y_a - Y_p) + (TCC_a - TCC_p) \\ &= SBC + SCP + SCS \end{aligned}$$

dove

- $(X - M) = SBC =$ saldo delle bilancia commerciale
- $(Y_a - Y_p) = SCP =$ saldo del conto primario del reddito
- $(TCC_a - TCC_p) = SCS =$ saldo del conto secondario del reddito

Quello del **Conto Capitale** è invece dato da

$$\begin{aligned} SCK &= (TCK_a + ANFNP_a) - (TCK_p + ANFNP_p) \\ &= (TCK_a - TCK_p) + (ANFNP_a - ANFNP_p) \end{aligned}$$

dove

- $(TCK_a - TCK_p)$=saldo dei trasferimenti in conto capitale
- $(ANFNP_a - ANFNP_p)$=saldo delle transazioni in attività non finanziarie non prodotte.

9.2.1 Saldo del Conto Corrente ed equilibrio macroeconomico

Il saldo del conto corrente ha un significato economico particolarmente importante, perché è pari al divario tra risparmi ed investimenti. Infatti, dalla contabilità nazionale sappiamo che il reddito nazionale lordo disponibile ($RNDL$) è definito come il PIL (Y) più i saldi dei redditi netti dall'estero (ovvero, saldo del conto primario del reddito, SCP, più saldo del conto secondario del reddito, SCS):

$$RNDL = Y + SCP + SCS$$

inserendo la definizione del PIL data dal conto risorse-impieghi:

$$RNDL = C + I + X - M + SCP + SCS$$

dato che $(X - M)$ è il saldo della bilancia commerciale abbiamo

$$\begin{aligned} RNDL &= C + I + SBC + SCP + SCS \\ &= C + I + SCC \end{aligned}$$

Portando a sinistra gli usi interni:

$$RNDL - C - I = SCC$$

ovvero

$$S - I = SCC \tag{9.2.1}$$

Quindi, il saldo del conto corrente è proprio pari alla differenza tra risparmi ed investimenti.

E' interessante a questo punto distinguere risparmi ed investimenti privati (S_p, I_p) e pubblici (S_g, I_g):

$$SCC = (S_p + S_g) - (I_p + I_g) \tag{9.2.2}$$
$$= (S_p - I_p) + (S_g - I_g) \tag{9.2.3}$$

Definendo ulteriormente il risparmio pubblico come entrate fiscali (T) meno spese correnti (C_g), abbiamo

$$SCC = (S_p - I_p) + (T - C_g - I_g)$$

Poiché $C_g + I_g$ è il totale della spesa pubblica, il secondo termine è la differenza tra entrate statali (T) e spesa pubblica, ovvero il saldo della pubblica amministrazione, detto *deficit* se negativo e *surplus* se positivo. Quindi il saldo del conto corrente è pari alla somma del deficit (o surplus) pubblico e di $(S_p - I_p)$, la differenza tra risparmio privato e formazione di capitale nel settore privato. E' a questo punto evidente che se il deficit pubblico non è interamente coperto dall'eccedenza del risparmio privato rispetto alla formazione di capitale avremo *necessariamente* un disavanzo delle partite correnti della bilancia dei pagamenti: da $(S_p - I_p) + (T - C_g - I_g) < 0$ segue aritmeticamente che $SCC < 0$. Il passo successivo si basa sul fatto che il risparmio privato segue traiettorie abbastanza stabili, mentre il deficit pubblico è più variabile- Quindi, che aumenti del deficit tenderanno a provocare peggioramenti della bilancia dei pagamenti, ed avremo *deficit gemelli* della spesa pubblica e della bilancia dei pagamenti.

In pratica le cose non sono così semplici (ad esempio, a causa della natura dinamica delle relazioni economiche: la spesa pubblica aggiuntiva potrebbe avere effetti espansivi sull'offerta interna, con effetti positivi anche sulle entrate fiscali). Questo risultato è perciò noto come "*ipotesi* dei deficit gemelli", dove l'introduzione del termine "ipotesi" mette in evidenza il fatto che la conclusione non è necessariamente automaticamente verificata. Infatti, questa "ipotesi" riesce a spiegare ad esempio abbastanza bene i dati per gli Stati Uniti negli anni '80 e dopo il 2000, mentre alla fine degli anni '90 per diverso tempo il bilancio federale è stato in attivo ma il saldo della bilancia dei pagamenti è rimasto comunque negativo[8].

[8]Cfr. L. Bartolini e A. Lahiri, "Twin Deficits, Twenty Years Later" *Current Issues in Economics and Finance* vol. 12 n. 7, Ottobre 2006, Federal Reserve of New York.

Per concludere, vale la pena notare che basandosi sull'indicatore incluso dello «Scoreboard» della «Macroeconomic Imbalance Procedure» della Commissione Europea citato in precedenza la BP potrebbe essere in disequilibrio sia per un livello di spesa pubblica troppo basso (SCC/PIL > 6%) che troppo alto (SCC/PIL > -4%).

Prima di procedere oltre è necessario chiarire un punto importante. In questo caso stiamo associando debito pubblico, cioè dello stato, e disavanzo delle transazioni con l'estero, cioè debito estero. Tuttavia, questo non va interpretato nel senso che lo stato *in quanto tale* si indebita con residenti esteri: i soggetti residenti che si indebitano all'estero possono anche essere privati, e spesso lo saranno. In altri termini, per "debito estero" si intende l'insieme dei debiti che soggetti residenti, pubblici e privati, contraggono con residenti esteri, *non* debito pubblico collocato all'estero.

Tornando alle regole di compilazione, va sottolineata la differenza tra i redditi da lavoro percepiti da lavoratori non residenti ed i trasferimenti inviati da immigrati ai paesi di origine (le cosiddette "rimesse degli emigrati"). Sono classificati tra i primi solamente i salari pagati da imprese residenti a lavoratori non residenti, quindi non stabilmente presenti nel paese: un esempio per l'Italia potrebbero essere dei lavoratori stagionali impiegati nel settore agricolo che rientrano nel paese di origine alla fine della stagione estiva. I salari pagati a lavoratori di nazionalità straniera residenti nel paese, in quanto appunto transazioni tra residenti, non sono invece di alcun rilievo per la BP: non conta infatti la nazionalità dei soggetti coinvolti nella transazione, ma solamente la residenza. Questo non vuol dire che l'esistenza di un rilevante numero di lavoratori stranieri in un paese sia irrilevante per la sua BP, perché in genere gli immigrati inviano donazioni a congiunti rimasti nei paesi di origine. Applicando le regole di compilazione è facile vedere che si tratta di flussi da classificare tra i trasferimenti unilaterali correnti. Infatti, sono flussi (a) a cui non corrisponde alcun flusso nella direzione opposta; (b), che alterano il reddito disponibile dei paesi di origine e destinazione. Riassumendo: tra i redditi da lavoro rientrano solo i salari pagati da imprese residenti a lavoratori non residenti, e viceversa; le donazioni inviate da lavoratori residenti al paese di origine sono trasferimenti correnti.

Una importante novità introdotta con il BPM6 riguarda i flussi commerciali. Tradizionalmente il valore delle esportazioni ed importazioni non era altro che quello delle merci (e servizi) che transitavano attraverso la frontiera di un paese. Tuttavia, negli ultimi anni la riduzione dei dazi doganali ed i grandi progressi tecnologici applicati alla logistica hanno portato ad un enorme sviluppo dei flussi non legati a passaggi di proprietà, ma alla distribuzione dei processi produttivi in più paesi. Il caso più semplice è il seguente: la società proprietaria di un famoso marchio di abbigliamento, residente nel paese A, esporta delle merci semilavorate (ad esempio, filati di lana) nel paese B, dove un'impresa che lavora su sua commessa, o è addirittura di sua proprietà, completa la lavorazione (ad es., produce maglioni usando il filato di lana). Infine, le merci vengono riesportate nel paese A per la commercializzazione finale (ad es., i maglioni vengono venduti nei negozi di una catena che fa capo alla società). Mentre tradizionalmente ad ogni passaggio venivano registrate come esportazioni ed importazioni gli interi valori dei flussi, ora si considera solo l'effetto netto. Quindi tutti i movimenti descritti si traducono nella registrazione di esportazione di servizi di trasformazione dal paese B verso il paese A. In altri termini, nella registrazione è come se la merce non si muovesse da A, e l'attività di trasformazione dei fattori della produzione del paese B venisse effettuata a domicilio in A.

9.3 Il Conto Finanziario: compilazione e saldo

Passiamo ora al conto finanziario. In questo conto ogni variazione è registrata con il proprio segno, indipendentemente che si tratti di variazione di attività (l'equivalente dei crediti) o passività (l'equivalente dei debiti); quindi, aumenti con il segno positivo e diminuzioni con il segno negativo.

Le voci considerate sono le seguenti:

1. Investimenti diretti, cioè effettuati con lo scopo di ottenere una significativa influenza sulla gestione di una impresa non residente;

2. Investimenti non classificabili come diretti, detti di portafoglio; sono effettuati con lo scopo di ottenere un rendimento, senza intervenire sulla gestione delle imprese coinvolte;

3. Prodotti derivati, ovvero strumenti finanziari che hanno per oggetto altri strumenti finanziari (ad esempio, diritti od impegni di acquistare o vendere delle azioni ad un prezzo prefissato entro una scadenza prefissata);

4. Altri investimenti, tra cui hanno particolare rilievo: valuta e depositi bancari, crediti commerciali;

5. Variazioni delle riserve ufficiali (valuta e oro detenuti dalla banca centrale).

In questo contesto sono crediti verso il resto del mondo, cioè *attività* :

- investimenti diretti e di portafoglio all'estero di soggetti residenti;

- gli altri investimenti che costituiscono un credito verso non residenti (quindi ad esempio crediti commerciali concessi da imprese residenti a clienti esteri, valuta di un paese estero depositata in conti correnti bancari di residenti, ecc.);

- analoghe variazioni degli stock di prodotti finanziari derivati e riserve ufficiali.

Sono invece debiti verso il resto del mondo, cioè *passività*:

- gli investimenti diretti e di portafoglio effettuati nel paese da soggetti non residenti;

- gli altri investimenti che costituiscono un debito verso non residenti (quindi ad esempio crediti commerciali concessi da imprese non residenti a clienti residenti);

- analoghe variazioni degli stock di prodotti finanziari derivati.

Il saldo del conto finanziario (SCF), denominato esattamente come la voce corrispondente dei conti nazionali *indebitamento netto* se negativo o *accreditamento netto* se positivo, è la differenza tra la variazione della attività (A) e quella delle passività (P):

$$SCF = \Delta A - \Delta P$$

Quindi, se le attività crescono più delle passività il saldo del conto finanziario è positivo, se vale l'opposto è negativo.

Per il principio della partita doppia il saldo del conto finanziario è identicamente uguale a quello dei primi due conti:

$$SCF = SCC + SCK$$

Cosa vuol dire questo in pratica? Vediamo una serie di casi tipici.

9.3.1 Emissione di una obbligazione perpetua

Supponiamo che l'amministrazione di uno stato europeo emetta nell'anno t una obbligazione del valore di 1000 USD, e che questa venga acquistata da un residente estero. Per semplicità supponiamo inoltre che si tratti di una obbligazione perpetua, cioè priva di scadenza, che paga un interesse r al termine di ogni anno solare successivo a quello dell'emissione. Quali flussi verranno registrati nella BP a seguito di questa operazione? Nell'anno dell'emissione dell'obbligazione avremo due flussi uguali ed opposti registrati all'interno del Conto Finanziario, il cui saldo sarà quindi inalterato: da una parte (l'emissione dell'obbligazione) un aumento delle passività del paese considerato verso l'estero alla voce «investimenti di portafoglio»; dall'altra, un flusso in entrata di Dollari USA, che sono un debito della banca centrale degli Stati Uniti, quindi un aumento delle attività verso l'estero alla voce «altri investimenti». Ponendo a zero tutti gli altri flussi del CF:

$$\begin{aligned} SCF_t &= \Delta A_t - \Delta P_t \\ &= 1000 - 1000 \\ &= 0 \end{aligned}$$

In tutti i successivi anni $(t+i)\,, i = 1, 2, \ldots$, registreremo solamente i flussi di interessi, ovvero redditi da capitale, in uscita dal paese, quindi passivi. A parità degli altri flussi il Saldo del Conto Primario sarà perciò negativo di un ammontare pari a $r \times 1000$ USD. Ponendo a zero tutti gli altri flussi:

$$\begin{aligned} SCP_{t+i} &= Y_{a,t+i} - Y_{p,t+i} \\ &= 0 - r \times 1000 \\ &= -r \times 1000 \end{aligned}$$

9.3.2 Deficit della bilancia commerciale finanziato con crediti commerciali

Prendiamo un caso semplificato al massimo: un flusso di importazioni coperto da un credito commerciale, con tutti gli altri flussi ed i valori iniziali nulli. Quindi nei primi due conti i soli flussi da registrare sono le importazioni:

$$\begin{aligned} SCC &= X - M \\ &= 0 - M \\ &= -M \\ SCK &= 0 \end{aligned}$$

Dal lato del conto finanziario, voce "Altri investimenti", abbiamo una variazione delle passività, sotto forma di debiti commerciali, pari all'intero valore delle importazioni; tutte le altre voci del conto finanziario non variano:

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_1 - P_0 \\ &= M \end{aligned}$$

Notare che non ci interessa il livello assoluto delle passività all'inizio ed alla fine del periodo, ma solo la loro variazione.

Poiché abbiamo visto che il saldo del conto finanziario è pari alla differenza tra la variazione della attività e quella delle passività avremo

$$\begin{aligned} SCF &= \Delta A - \Delta P \\ &= 0 - M \\ &= -M \end{aligned}$$

e quindi come ci aspettavamo

$$\underbrace{-M}_{SCC+SCK} = \underbrace{-M}_{SCF}$$

ed il saldo generale della bilancia dei pagamenti è ovviamente zero.

9.3.3 Deficit della bilancia commerciale coperto con pagamenti in valuta

Consideriamo ora, come nel caso precedente, un deficit della bilancia commerciale, assumendo però che nel paese vi sia disponibilità di valuta estera sufficiente da garantire il pagamento delle importazioni in eccesso sulle esportazioni. Come prima, dal lato del conto corrente e del conto capitale, i soli flussi da registrare sono le importazioni:

$$\begin{aligned} SCC &= X - M \\ &= 0 - M \\ &= -M \\ SCK &= 0 \end{aligned}$$

Dal lato del conto finanziario, voce "Altri investimenti", abbiamo ora una diminuzione delle attività pari all'intero valore delle importazioni a causa del pagamento effettuato verso l'estero; tutte le altre voci del conto finanziario non variano:

$$\begin{aligned}\Delta A &= A_1 - A_0 \\ &= -M.\end{aligned}$$

Notare che, analogamente al caso precedente, non ci interessa il livello assoluto delle attività, ma solo la loro variazione.

Poiché abbiamo visto che il saldo del conto finanziario è pari alla differenza tra la variazione della attività e quella delle passività avremo

$$\begin{aligned}SCF &= \Delta A - \Delta P \\ &= -M - 0 \\ &= -M\end{aligned}$$

e quindi come ci aspettavamo

$$\underbrace{-M}_{SCC+SCK} = \underbrace{-M}_{SCF}$$

ed il saldo generale della bilancia dei pagamenti è ovviamente zero.

9.3.4 Surplus della bilancia commerciale con concessione di crediti commerciali

E' il caso opposto del precedente: tutti i flussi sono nulli tranne le esportazioni. Abbiamo quindi

$$\begin{aligned}SCC &= X - M \\ &= X - 0 \\ &= X \\ SCK &= 0\end{aligned}$$

Dal lato del conto finanziario, voce "Altri investimenti", il credito commerciale concesso ai clienti non residenti rappresenta una variazione delle attività verso l'estero, quindi

$$\begin{aligned}\Delta A &= A_1 - A_0 \\ &= X\end{aligned}$$

$$SCF = X$$

perciò siamo in una condizione simmetrica alla precedente:

$$\underbrace{X}_{SCC+SCK} = \underbrace{X}_{SCF}$$

9.3.5 Deficit della bilancia commerciale finanziato con trasferimenti correnti

Prendiamo ora il caso di un paese colpito da una carestia che riceva donazioni sotto forma di derrate alimentari. Il saldo della bilancia commerciale sarà ovviamente negativo per un importo pari a quello degli aiuti alimentari ricevuti, che sono comunque formalmente delle importazioni:

$$SBC = -M$$

D'altra parte, nel conto secondario del reddito registreremo un trasferimento corrente ricevuto, cioè attivo, del medesimo importo:

$$\begin{aligned} SCS &= TCC_a \\ &= M \end{aligned}$$

Quindi le partite correnti sono in equilibrio:

$$\begin{aligned} SCC &= SBC + SCS \\ &= -M + M \\ &= 0. \end{aligned}$$

e quindi

$$SBC + SCS + SCP = SCF$$

fornisce l'identità

$$0 = 0$$

9.3.6 Deficit della bilancia commerciale finanziato con indebitamento di medio termine

Riesaminiamo ora in dettaglio il caso, già visto sopra, di un deficit della bilancia corrente provocato da spesa pubblica in disavanzo. Per semplicità poniamo nella (9.2.2) $S_g = 0, I_g > 0$, $S_p = I_p$, cosicché

$$\begin{aligned} SCC &= (S_p - I_p) + (S_g - I_g) \\ &= -I_g \end{aligned} \tag{9.3.1}$$

Poiché $S_g = 0$ lo stato in questione si deve procurare tutte le risorse necessarie per operare la spesa I_g tramite indebitamento. Inoltre, tutto il risparmio interno privato S_p è assorbito dalla formazione privata di capitale I_p; l'unica possibilità è quindi collocare tale debito presso non residenti. Il flusso di risorse dall'estero che ne consegue viene classificato nel conto finanziario come variazione positiva delle passività (debito=passività) negli investimenti di portafoglio.

Poiché sappiamo che è necessariamente vero che

$$SCC + SCK = SCF$$

e poiché nel nostro caso $SCK = 0$, ne segue che

$$SCC = SCF$$

Sostituendo per SCC dalla (9.3.1):

$$-I_g = SCF$$

Quindi, il saldo del conto finanziario sarà pari al deficit della bilancia commerciale, a sua volta pari all'ammontare di spesa in deficit. Possiamo arrivare alla medesima conclusione per altra via. Il saldo del conto finanziario è definito come la differenza tra la variazione delle attività e quella delle passività; la prima è pari a zero, mentre la seconda è esattamente pari all'ammontare del debito collocato pressi risparmiatori esteri, cioè I_g. Ne segue che

$$\begin{aligned} SCF &= 0 - I_g \\ &= -I_g \end{aligned}$$

come già ottenuto.

Lo scenario è quindi il seguente: il settore privato è in equilibrio ($S_p = I_p$), mentre il settore pubblico ha un eccesso di spesa ($I_g > S_g$) che finanzia con debito estero (in questo caso il debito estero è quindi debito pubblico). Nel periodo in esame l'equilibrio dei conti con l'estero è comunque garantito, perché

$$\begin{aligned} SCC + SCK &= SCF \\ -I_g + 0 &= -I_g \end{aligned}$$

per cui il saldo generale della bilancia dei pagamenti è zero. Tuttavia, è importante domandarsi cosa succederà nei periodi seguenti. Innanzitutto, per ogni anno fino all'estinzione del debito i creditori riceveranno degli interessi, che sono redditi pagati per servizi di capitale forniti da non residenti (Y_p). Quindi, a parità di altri fattori il saldo del conto primario del reddito sarà negativo per un ammontare pari a tali interessi:

$$\begin{aligned} SCP &= -Y_p \\ &= -rI_g \end{aligned}$$

dove r è il tasso di interesse sul debito ed rI_g il servizio del debito, ovvero il totale dei pagamenti effettuati. Quindi si ha innanzitutto un impatto negativo sulle partite correnti a causa del saldo negativo del conto primario del reddito. La domanda è: come potrà essere raggiunto l'equilibrio? Vi sono essenzialmente tre possibilità. Nelle prime due l'equilibrio della bilancia dei pagamenti è raggiunto con aggiustamenti delle partite correnti, nella terza entrano in gioco flussi finanziari. Vediamole nell'ordine.

(a) *Surplus delle esportazioni sulle importazioni.* Ad esempio, questo potrebbe accadere se gli investimenti pubblici effettuati in disavanzo favoriscono un miglioramento della competitività delle imprese nazionali[9]. Per semplicità supponiamo

[9] L'esempio classico è la costruzione delle ferrovie negli Stati Uniti alla fine del XIX secolo, finanziato in larga parte con fondi esteri (cfr. ad esempio R.E. Lipsey, "U.S. Foreign Trade and the Balance of Payments, 1800-1913", NBER Working Papers n. 4710, 1994, p.17). Permettendo lo sfruttamento delle risorse degli stati occidentali, questi investimenti portarono nell'arco di pochi anni ad un forte sviluppo dell'economia, e quindi delle esportazioni, del paese.

che il saldo della bilancia commerciale sia esattamente pari al servizio del debito:

$$\begin{aligned} SBC &= X - M \\ &= rI_g \end{aligned}$$

In questo caso, virtuoso, le partite correnti (e quindi anche la BP, dato che per assunzione tutti gli altri flussi sono nulli) sono in equilibrio economico oltre che contabile:

$$\begin{aligned} SCC &= SBC + SCP \\ &= rI_g + (-rI_g) \\ &= 0 \end{aligned}$$

(b) *Trasferimenti correnti.* Sempre ipotizzando per semplicità che questi siano pari al servizio del debito, in questo caso l'equilibrio delle partite correnti viene garantito da un saldo del conto secondario del reddito identico e di segno opposto rispetto a quello del conto primario:

$$\begin{aligned} SCS &= TCC_a \\ &= rI_g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SCC &= SCP + SCS \\ &= -rI_g + rI_g \\ &= 0 \end{aligned}$$

Questa situazione potrebbe tuttavia essere di equilibrio economico solamente nel caso di un paese che abbia un consistente nucleo di cittadini emigrati all'estero da poco tempo, e che quindi mantengono legami con i familiari rimasti nel paese di origine abbastanza stretti da inviare loro donazioni regolari. Questi trasferimenti avevano in effetti un ruolo importante per l'Italia negli anni '50-'70 del secolo scorso e lo hanno ora per molti paesi in via di sviluppo. Intuitivamente, in questi casi l'economia raggiunge l'equilibrio esterno esportando stock di capitale umano, parte del cui rendimento ritorna nel paese di origine sotto forma di trasferimenti. E' invece poco verosimile che questo rendimento rientri come redditi da lavoro tali da bilanciare il saldo del conto primario poiché questi sono classificati nella Bilancia dei Pagamenti solo nel caso di lavoratori che mantengono la residenza nel paese di origine, il cui numero è per forza di cose limitato.

(c) *Ulteriore indebitamento.* In questo caso il conto finanziario registra *tre* flussi, il cui saldo sarà pari $-rI_g$. Infatti, innanzitutto aumentano le passività di un ammontare pari a rI_g, il credito concesso dall'estero. Contestualmente aumentano anche le attività per lo stesso importo, perchè entra nel paese il controvalore in valuta (quindi, a questo punto il saldo del conto finanziario è pari a zero). Infine, questa disponibilità di valuta viene utilizzata per pagare il servizio del credito, diminuendo nuovamente le attività del paese. Riassumendo:

$$\begin{aligned} SCF &= \Delta A - \Delta P \\ &= (rI_g - rI_g) - (rI_g) \\ &= -rI_g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SCC &= SCP + SCS \\ &= -rI_g + 0 \\ &= -rI_g \end{aligned}$$

per cui effettivamente

$$SCC = SCF$$

Questa terza soluzione è tuttavia tale solo nel breve termine: l'equilibrio è contabile, ma non economico. A partire dal periodo seguente il servizio del debito contratto per coprire gli interessi da pagare si sommerà a quello già esistente, con il rischio che il paese entri in una spirale di indebitamento del tutto analoga a quella delle persone che si rivolgono ad usurai.

Cosa succederà quando il debito giunge a scadenza, deve cioè essere rimborsato? Anche qui abbiamo sostanzialmente tre possibilità.

(a) *Il debito viene rimborsato utilizzando un surplus della bilancia commerciale.* Trascuriamo per semplicità il pagamento degli interessi nell'anno di scadenza ed ipotizziamo che nell'anno in cui il debito scade il saldo della bilancia commerciale sia positivo per un importo pari all'ammontare del debito:

$$\begin{aligned} SBC &= X - M \\ &= I_g \end{aligned}$$

cosicché

$$SCC = I_g$$

Questo surplus della bilancia commerciale ha per controparte un afflusso di valuta ("Altri investimenti") con la quale i non residenti hanno pagato le esportazioni. Tutta questa valuta viene poi utilizzata per rimborsare il debito in scadenza. Poiché nel conto finanziario viene applicato il principio della "registrazione al netto", per cui le variazioni a credito e debito di medesimi strumenti finanziari vengono compensati, le attività hanno una variazione netta nulla. Contemporaneamente per effetto del rimborso del debito si ha una variazione negativa delle passività, che scendono da I_g a zero:

$$\begin{aligned} SCF &= \Delta A - \Delta P \\ &= 0 - (0 - I_g) \\ &= I_g \end{aligned}$$

Quindi la BP è in equilibrio, perché

$$\begin{aligned} SCC + SCK &= SCF \\ I_g + 0 &= I_g \end{aligned}$$

(b) *Il debito viene cancellato.* Formalmente in questo scenario ottimistico abbiamo un trasferimento in conto capitale a favore del paese, per cui il saldo del conto capitale è

$$\begin{aligned} SCK &= TCK_a \\ &= I_g \end{aligned}$$

Il trasferimento viene utilizzato per operare una cessione di valuta (voce "Altri investimenti") a favore del debitore, per cui le attività del paese diminuiscono di pari importo:

$$SCF = -I_g$$

il che porta il saldo generale a zero:

$$\begin{aligned} SBP &= SCK + SCF \\ &= I_g - I_g \\ &= 0. \end{aligned}$$

(c) *Il debito viene rifinanziato* (cioè sostituito da altro debito). In questo caso, in pratica molto comune, applicando il principio della registrazione al netto la BP non registra ovviamente alcuna variazione: le passività verso il RdM sono le stesse all'inizio ed alla fine del periodo.

9.4 I pagamenti internazionali in pratica: TARGET2

TARGET2 (*Trans-European Automated Real-time Gross settlement Express Transfer system* versione 2) è la sigla del sistema di compensazione dei pagamenti gestito dall'Eurosistema, l'organo dell'UE che raggruppa la Banca Centrale Europea (BCE) e le banche centrali degli Stati membri dell'UE che hanno adottato l'Euro[10]. Questo sistema è in funzione dal 2007 all'interno dell'Unione Europea (UE).

Il principio è molto semplice. Supponiamo che un cittadino (il sig. Bianchi) di un paese UE (Italia) acquisti un bene prodotto da una azienda, la ditta Krukk, residente in un altro paese (Germania), con pagamento di 1 Euro mediante bonifico dal proprio conto corrente presso una banca italiana (Banca Rossi) a favore del conto corrente che la ditta Krukk ha presso una banca tedesca (Mullerbank). Contemporaneamente un cittadino tedesco, Herr Walter, acquista un prodotto del valore di 1 Euro presso la Ditta Verdi con pagamento con bonifico dalla sua banca, Neuerbank, verso il c/c della Ditta Verdi presso la Banca Pippo. Abbiamo quindi in gioco due coppie di residenti italiani e tedeschi e due coppie di banche dei due paesi. Poichè ogni giorno vengono effettuate un numero enorme di transazioni di questo tipo (per l'Italia in media 34.000; il valore per l'intera UE in sei giorni lavorativi è pari al PIL della zona Euro) è chiaro che converrà evitare di

[10] Alcuni piccoli stati che non fanno parte dell'UE hanno adottato l'Euro, o perchè in precedenza avevano stipulato trattari di unione monetaria con paesi della zona Euro (Andorra, Città del Vaticano, Principato di Monaco e San Marino) o per decisione unilaterale (Montenegro e Kosovo).

effettuare materialmente tutti i movimenti, mettendo invece in atto un sistema di compensazione. Il punto chiave di questa sistema è un doppio livello che possiamo definire gerarchico: le banche private hanno dei conti presso le rispettive banche centrali, che a loro volta li hanno presso TARGET2.

Per spiegarne il funzionamento vediamo come avviene in pratica il pagamento del Sig. Bianchi:

1. il sig. Bianchi comunica alla Banca Rossi l'ordine di effettuare un bonifico di 1 Euro a favore della ditta Krukk con pagamento sul c/c di tale ditta presso la Mullerbank

2. Banca Rossi immette l'ordine in Target2

3. TARGET2 registra un addebito di 1 Euro a carico del c/c della Banca Rossi presso la Banca d'Italia

4. TARGET2 registra un addebito di 1 Euro a carico del c/c della Banca d'Italia, ed un accredito di pari valore sul c/c della Bundesbank

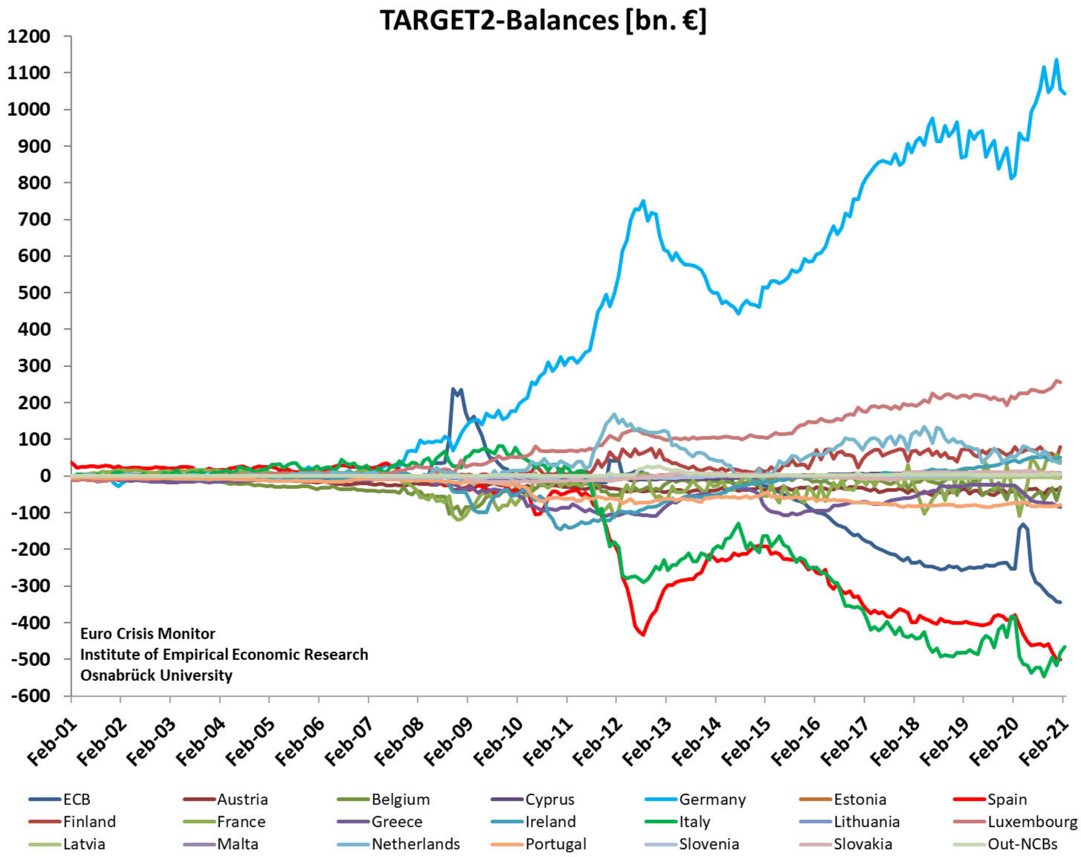
5. la Bundesbank accredita 1 Euro sul c/c della Mullerbank

6. la Mullerbank infine accredita 1 Euro sul c/c della Ditta Krukk

L'acquisto di Herr Walter mette in moto un processo del tutto analogo in direzione opposta. Quindi, TARGET2 può tranquillamente evitare di muovere materialmente denaro, perchè l'addebito di 1 Euro sul c/c della Banca d'Italia (causale Bianchi), è compensato dall'accredito di pari valore (causale Rossi), ed il viceversa accade per il c/c della Bundesbank. Sarà sufficiente comunicare a Banca d'Italia e Bundesbank i singoli movimenti, perchè esse possano registrarli sui c/c delle banche dei rispettivi paesi. Lo stesso ragionamento si applica ai c/c delle banche private presso le banche centrali.

Il sistema ovviamente si basa in qualche modo sul presupposto che non vi siano squilibri persistenti nelle transazioni internazionali di un paese con gli altri, perchè questi si rifletteranno in squilibri persistenti del conto della sua banca centrale presso TARGET2. Questo presupposto non sembra del tutto verificato in pratica: all'inizio del 2021 Banca d'Italia e Banco de España avevano saldi negativi di circa 500 miliardi di Euro, mentre la Bundesbank un saldo positivo di circa 1000 miliardi.

Figura 9.4.1: Saldi Target2, 2001-2018 (miliardi di Euro correnti)



Capitolo 10

Le Tavole Input-Output

10.1 Una rappresentazione disaggregata dell'economia

Abbiamo visto nel cap. 1 come la Contabilità Nazionale sia una rappresentazione contabile coerente di tutti i flussi che si realizzano all'interno di un sistema economico vista con una prospettiva aggregata. Non ci fornisce, cioè, alcuna indicazione sui flussi scambiati all'interno del sistema, tra settori istituzionali (Famiglie, Società Finanziarie e non, Pubblica Amministrazione) oppure tra branche produttive, ovvero raggruppamenti di imprese omogenee per tecnica ed oggetto della produzione (imprese alimentari, imprese tessili, ecc.). La prima lacuna è colmata dai "Conti dei settori istituzionali", la seconda dalle "Tavole Input-Output" o delle "interdipendenze settoriali", un modello sviluppato dall'economista americano di origine russa Wassily Leontief descritto per la prima volta nel volume "The Structure of American Economy 1919-1929", pubblicato nel 1941. Unendo l'approccio della contabilità nazionale all'ipotesi che il sistema economico sia in una condizione di equilibrio generale, questo modello riesce a dare una rappresentazione generale di tutti i flussi scambiati tra branche e dell'uso da esse fatto di fattori produttivi. Vediamone la struttura nel caso semplificato di una economia chiusa suddivisa in N branche[1]. Partiamo dal conto di equilibrio dei beni e servizi per una generica branca i. La produzione di questa branca (X_i), sarà necessariamente uguale alla somma degli usi intermedi fatti da tutte le altre branche (indicando con x_{ij} il flusso di produzione per usi intermedi affluito dalla branca i alla branca j, tale somma è pari a $\sum_{j=1}^{N} x_{ij} = x_{i.}$) e degli usi finali, ovvero consumi delle famiglie (C_i) e formazione di capitale (I_i):

$$X_i = (x_{i1} + \cdots + x_{iN}) + C_i + I_i. \tag{10.1.1}$$

L'insieme dei conti per tutte le N branche è quindi facilmente esprimibile in

[1]Per il caso generale si può vedere ad esempio: United Nations, *Handbook of Input-Output Table Compilation and Analysis*, Studies in Methods, Series F n. 74., New York, 1999.

forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} + \cdots + x_{1N} \\ \vdots \\ x_{N1} + \cdots + x_{NN} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}.$$

ed in notazione compatta

$$\mathbf{X} = \mathbf{x}_{\cdot} + \mathbf{C} + \mathbf{I}$$

Un altro modo di rappresentare questa relazione è in forma di una tabella con due sezioni, usi intermedi ed usi finali, ed una colonna a destra in cui compaiono le somme di ogni riga, ed è quindi il vettore della produzione:

x_{11}	$\cdots$	x_{1N}	C_1	I_1	X_1
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{N1}	$\cdots$	x_{NN}	C_N	I_N	X_N

Questa rappresentazione è utile perché suggerisce un passo ulteriore. Osservando la prima sezione (usi intermedi), notiamo subito che, mentre nelle righe compaiono i flussi distribuiti da ogni branca ad altre, le colonne sono le risorse che ognuna di esse ha utilizzato. Ad esempio, x_{1N} sono gli usi intermedi di prodotti 1 fatti da N, nella cella sottostante abbiamo x_{2N}, gli usi intermedi di prodotti 2 fatti dalla stessa branca N, eccetera, fino a x_{NN}, gli usi intermedi di prodotti N fatti dalla stessa branca N,i cosiddetti "reimpieghi".

A questo punto riprendiamo il conto della produzione, che lega usi intermedi, valore e aggiunto e produzione. Per una generica branca j:

$$X_j = (x_{1j} + \cdots + x_{Nj}) + Y_j. \tag{10.1.2}$$

Il termine tra parentesi è, ovviamente, la somma della colonna j della sezione dei flussi intermedi. Quindi se inseriamo sotto tale sezione prima una riga contenente il valore aggiunto di ogni branca, e quindi un'altra riga con la produzione, somma di tutti gli elementi di ogni colonna, possiamo ottenere una rappresentazione tabellare disaggregata generale dei conti della produzione e dell'equilibrio dei beni e servizi:

x_{11}	$\cdots$	x_{1N}	C_1	I_1	X_1
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{N1}	$\cdots$	x_{NN}	C_N	I_N	X_N
Y_1	$\cdots$	Y_N			
X_1	$\cdots$	X_N			

Da questa rappresentazione scaturiscono una quantità di sviluppi interessanti, esaminati nei paragrafi seguenti.

10.2 L'equilibrio risorse-impieghi finali nelle Tavole IO

Il primo sviluppo è il seguente. Per la riga i vale

$$X_i = \sum_{j=1}^{N} x_{ij} + (C_i + I_i) \tag{10.2.1}$$

Sommando ambo i membri su tutte le righe:

$$\textstyle\sum_{i=1}^{N} X_i = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_{ij} + \sum_{i=1}^{N}(C_i + I_i) \tag{10.2.2}$$

ovvero

$$X = X_{..} + C + I$$

dove con X indichiamo la produzione totale del sistema e con $X_{..}$ quella utilizzata per usi intermedi. Analogamente, per la colonna j:

$$\textstyle\sum_{j=1}^{N} X_j = \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{N} x_{ij} + \sum_{j=1}^{N} Y_j \tag{10.2.3}$$

ovvero

$$X = X_{..} + Y$$

Confrontando i due risultati scopriamo che necessariamente $Y = C + I$: abbiamo cioè ottenuto il conto risorse-impieghi finali[2].

10.3 Calcolo del fabbisogno diretto di input intermedi

Osservando le colonne notiamo che ognuna rappresenta di fatto la tecnica di una branca: per la branca j, dato il vettore degli usi intermedi $(x_{1j}, \cdots, x_{Nj})$ e l'uso dei fattori della produzione la cui remunerazione è il valore aggiunto Y_j, si ha la produzione X_j. L'importanza *diretta* che ogni input intermedio ha sulla produzione è misurata dal rapporto tra il relativo flusso intermedio e la produzione, denominato *coefficiente di spesa*:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

Oltre che aiutarci a comprendere la struttura produttiva della nostra economia, il coefficiente di spesa ci permette di calcolare facilmente il fabbisogno *diretto* di un input al variare della produzione di una branca. Infatti, ipotizzando a_{ij} costante, ovviamente $\Delta x_{ij} = a_{ij}\Delta X_j$: per ottenere un incremento ΔX_j della produzione il flusso di input fornito da i a j (e da questa immediatamente utilizzato) deve crescere nella misura $a_{ij}\Delta X_j$.

[2] A scanso di equivoci vale la pena notare che l'uguaglianza tra valore aggiunto ed usi finali vale solo a livello aggregato. Se prendiamo una singola branca non vi è nessuna ragione per cui $Y_j = X_j - x_{.j}$ corrisponda a $C_j + I_j = X_j - x_{j.}$.

10.4 Calcolo del fabbisogno globale di input intermedi

Osservando la tavola completa capiamo però immediatamente che questo fabbisogno *diretto* è una stima solo parziale dell'aumento di produzione di i indotto da un aumento di produzione in j. Infatti, poiché in generale ogni branca richiede flussi da tutte le altre, vi saranno certamente altre branche fornitrici di j che, dovendo aumentare la loro produzione per soddisfarne l'aumentata domanda, aumenteranno a loro volta la richiesta di prodotti i. Per avere una valutazione *globale* dell'impatto di aumenti di produzione dobbiamo separare elementi esogeni ed endogeni e risolvere di conseguenza il sistema di equazioni che descrive le nostre branche.

Riprendiamo la rappresentazione matriciale dell'offerta, definendo $Z = C + I$ il totale degli usi finali:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} + \cdots + x_{1N} \\ \vdots \\ x_{N1} + \cdots + x_{NN} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_N \end{bmatrix}.$$

Poiché $x_{ij} = a_{ij} X_j$, il vettore delle somme dei flussi intermedi può essere riscritto sfruttando i coefficienti di spesa nella forma

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{1.} \\ \vdots \\ x_{N.} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11}X_1 + \cdots + a_{1N}X_N \\ \vdots \\ a_{N1}X_1 + \cdots + a_{NN}X_N \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N} \\ \vdots & \vdots & \\ a_{N1} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} \end{aligned}$$

quindi possiamo riscrivere il sistema in notazione compatta come

$$\mathbf{X} = \mathbf{AX} + \mathbf{Z}$$

ed infine risolverlo per $\mathbf{X}$ in funzione di $\mathbf{Z}$, ottenendo

$$\mathbf{X} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Z} \tag{10.4.1}$$

Questa soluzione ci permette di calcolare l'intero vettore della produzione $\mathbf{X}$ necessario per soddisfare la domanda per usi finali descritta dal vettore $\mathbf{Z}$. Per il settore i:

$$\begin{aligned} x_i &= [A_{i1} A_{i2} \ldots A_{iN}] \begin{bmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_N \end{bmatrix} \\ &= \textstyle\sum_{j=1}^{N} A_{ij} Z_j \end{aligned}$$

Gli elementi della matrice $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$, detta "inversa di Leontief", tengono conto di tutte le interazioni del sistema produttivo, e sono perciò chiamati *coefficienti di fabbisogno diretto ed indiretto.* L'elemento generico A_{ij} indica quante unità monetarie della produzione del settore i sono necessarie globalmente per soddisfare la domanda aggiuntiva generata da una domanda finale unitaria del bene j.

Nelle pagine seguenti sono riportate la tavola a tre settori per l'economia italiana del 2010 (Tav. 1), la matrice dei coefficienti di spesa (Tav. 2) e la matrice inversa di Leontief (Tav. 3). Dalla prima possiamo rilevare che ad esempio per realizzare 1 Euro di produzione l'industria utilizza 0.49 Euro di prodotti dell'industria stessa, 0.21 Euro di servizi, solamente 0.02 Euro di prodotti agricoli, e 0.27 Euro di servizi dei fattori primari (lavoro e capitale). Dalla seconda, invece, vediamo che un aumento di 1 Euro della domanda finale rivolta all'industria provoca un aumento di produzione complessivo pari a 3.06 Euro, di cui 2.14 Euro nell'industria stessa, 0.62 Euro nei servizi e 0.05 Euro nell'agricoltura.

10.5 Analisi di scenario

L'equazione (10.4.1), che permette di ottenere una stima del vettore della produzione $\mathbf{X}$ in funzione del vettore della domanda finale $\mathbf{Z}$, si presta in maniera naturale alla valutazione di scenari alternativi per quest'ultima. Innanzitutto definiamo come $\mathbf{Z_0}$ il vettore che descrive lo scenario di riferimento, che può essere anche semplicemente l'ultimo dato noto. Supponiamo quindi che interessi valutare l'impatto *coeteris paribus* di un progetto di investimento in infrastrutture (strade, ferrovie) di valore $\triangle$. Utilizzando per semplicità una tavola a tre settori, questo implica considerare un vettore alternativo di domanda finale, $\mathbf{Z_a}$, in cui la domanda rivolta al settore dell'industria è aumentata di un importo $\triangle$:

$$\mathbf{Z_a} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 + \triangle \\ Z_3 \end{bmatrix}$$

Utilizzando la (10.4.1) possiamo calcolare il vettore della produzione $\mathbf{X_a}$ che sarà necessaria per soddisfare la domanda $\mathbf{Z_a}$ come

$$\mathbf{X_a} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{Z_a}.$$

L'impatto del progetto di investimento è quindi quantificabile in

$$\begin{aligned} \triangle\mathbf{X} &= \mathbf{X_a}-\mathbf{X} \\ &= (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{Z_a} - (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{\mathbf{-1}}\mathbf{Z_0} \\ &= (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}(\mathbf{Z_a}-\mathbf{Z_0}) \\ &= (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\triangle\mathbf{Z} \\ &= (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\begin{bmatrix} 0 & \triangle & 0 \end{bmatrix}'. \end{aligned}$$

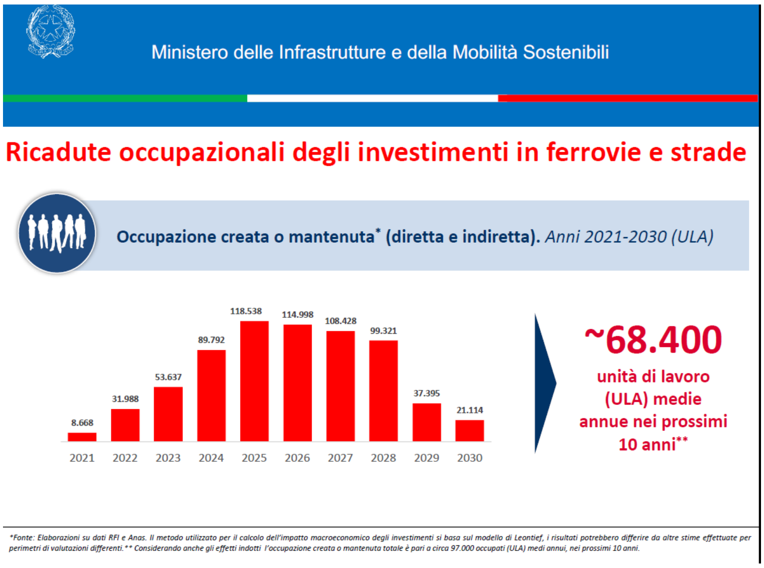
Una volta stimato l'impatto del progetto di investimento in termini di produzione aggiuntiva è facile calcolare anche quello in termini di occupazione utilizzando dei coefficienti medi di fabbisogno di lavoro $n_i = (N_i/X_i)$, dove N indica l'occupazione:

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \triangle N_1 \\ \triangle N_2 \\ \triangle N_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 \\ 0 & n_2 & 0 \\ 0 & 0 & n_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \triangle X_1 \\ \triangle X_2 \\ \triangle X_3 \end{bmatrix} \\
&= diag\left(\mathbf{n}\right) \triangle \mathbf{X} \\
&= diag(\mathbf{n}) \left(\mathbf{I} - \mathbf{A}\right)^{-1} \triangle \mathbf{Z}.
\end{aligned}
$$

.

Un esempio di valutazione di questo tipo è riportata nella Fig. 10.5.1.

Figura 10.5.1: Esempio di valutazione dell'occupazione indotta da un progetto di investimento: piano nazionale delle infrastrutture, 2021.



Nello stesso modo è possibile anche calcolare l'impatto ambientale di scenari alternativi, ad esempio proprio dei progetti di investimento alla base della valutazione per l'occupazione della Fig. 10.5.1. A questo scopo è sufficiente disporre di stime settoriali delle emissioni di CO2 (E) per unità monetaria di produzione, o coefficienti di emissione, $e_i = E_i/X_i$. Possiamo quindi calcolare facilmente il vettore dei *differenziali di emissione* $\triangle E_i$ in funzione dei differenziali di domanda finale $\triangle Z_i$:

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \triangle E_1 \\ \triangle E_2 \\ \triangle E_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e_1 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 \\ 0 & 0 & e_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \triangle X_1 \\ \triangle X_2 \\ \triangle X_3 \end{bmatrix} \\
&= diag\left(\mathbf{e}\right) \triangle \mathbf{X} \\
&= diag\left(\mathbf{e}\right) \left[\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}\right)^{-1} \triangle \mathbf{Z}\right].
\end{aligned}
$$

Tav. 1 Tavola Input-Output a tre settori per l'Italia, 2010 (milioni di Euro, prezzi correnti)

	Consumi Intermedi (CI)				*Impieghi finali (Z)*			*Totale*
	Agricoltura	Industria	Servizi	*Totale*	C	I	X	CI+Z
Agricoltura	5 351	26 996	6 155	38 051	16 108	657	5 009	60 316
Industria	11 520	641 388	183 463	836 371	247 795	238 237	312 010	1 644 731
Servizi	4 919	267 190	485 360	757 469	585 153	57 963	63 294	1 768 142
Totale a prezzi base	21 790	935 574	674 978	1 632 342	849 056	296 857	380 313	3 491 189
Imposte - contributi	628	10 880	28 637	40 146	101 446	14 306	4 892	161 523
Totale ai prezzi di acquisto	22 418	946 454	703 615	1 672 487	950 052	311 163	385 205	3 652 712
VA ai prezzi base	26 328	348 287	1 015 747	1 390 363				
Produzione ai prezzi base	48 746	1 294 741	1 719 362	3 062 850				
Importazioni cif	11 570	349 989	66 780	428 339				
Totale risorse ai prezzi base	60 316	1 644 731	1 786 142	3 491 189				

Tav. 2 Matrice dei coefficienti di spesa (**A**)

	Agricoltura	Industria	Servizi
Agricoltura	0.110	0.021	0.004
Industria	0.236	0.495	0.107
Servizi	0.101	0.206	0.282
Fattori primari	0.540	0.269	0.591
Totale	1	1	1

NB: 0.110=$\frac{5351}{48746}$*, ecc.*

Tav. 3 Matrice dei coefficienti di attivazione diretta e indiretta $(\mathbf{I}\text{-}\mathbf{A})^{-1}$

	Agricoltura	Industria	Servizi	*Totale*[1]
Agricoltura	1.14	0.05	0.01	*1.20*
Industria	0.60	2.14	0.32	*3.06*
Servizi	0.33	0.62	1.49	*2.44*
Totale[2]	*2.08*	*2.81*	*1.82*	

(1): degli effetti ricevuti da ogni settore
(2): degli effetti distribuiti da ogni settore