

Esame Finanza Quantitativa – 08.01.2021

- (i) Si consideri un contratto di opzione put, scritta su un'azione del titolo aleatorio S con prezzo al tempo zero pari a 50€ , scadenza 2 anni, strike $K=52\text{€}$ e tasso di interesse $r=5\%$ (su base annua). Assumendo che il prezzo del titolo possa apprezzarsi o deprezzarsi in ogni periodo del 20% , si valuti la put europea mediante un albero binomiale a due periodi. Si determini inoltre sia il limite inferiore che superiore per il prezzo della put. Infine, si determinino i nodi dell'albero nei quali è conveniente l'esercizio della corrispondente put americana.
- (ii) Enunciare il Teorema di Newton–Raphson e dimostrare, riportandone tutti i passaggi, che esiste una successione $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ convergente a x^* . Descrivere una applicazione del suddetto Teorema in ambito finanziario.
- (iii) Scrivere un codice Matlab che consenta di calcolare, in un modello di mercato diffusivo a tempo continuo con parametri $\{r, \sigma, S_0, K\}$, il valore in $t = 0$ di una opzione avente scadenza 1 anno, il cui payoff è

$$H_T = \max \{ \max \{ \phi \cdot (S_T - K), \phi \cdot (S_{t_c} - K) \}, 0 \} ,$$

dove $\phi = 1$ (opzione Call) oppure $\phi = -1$ (opzione Put) e t_c risulta essere la decima osservazione, assumendo osservazioni mensili.