

1. Si consideri il titolo A che non paga dividendi con prezzo attuale pari a 25, e si assuma che il titolo in ciascun trimestre possa apprezzarsi o deprezzarsi del 7%. Si assume inoltre che il tasso annuo di interesse privo di rischio sia pari al 2%.
  - a. Determinare il premio dell'opzione call europea scritta sul titolo A con scadenza 3 mesi e prezzo di esercizio 24, attraverso la costruzione del portafoglio replicante costituito da un numero  $\Delta$  di azioni del titolo A e da un importo B investito al tasso privo di rischio;
  - b. Si determinino i nodi dell'albero nei quali è conveniente l'esercizio della put americana scritta sul titolo A, con scadenza 6 mesi e strike 26.
  
2. Sia  $S = \{S_t\}_{t \in [0, T]}$  il prezzo di un attivo finanziario e sia  $X_t = \ln(S_t)$ , per ogni  $t \in [0, T]$ . Sia, inoltre,  $V = \{V_t\}_{t \in [0, T]}$  il prezzo al tempo  $t$  di uno strumento derivato avente payoff  $V_T = f(X_T)$ . Scrivere la PDE di Black-Scholes rispetto al processo  $X$  per il derivato  $V$ . Determinare la corrispondente equazione alle differenze con il metodo esplicito.

Quante condizioni al contorno sono necessarie per risolvere la suddetta equazione alle differenze? Motivare dettagliatamente.
  
3. Scrivere un codice MATLAB per l'implementazione del metodo esplicito per la PDE di Black-Scholes.