

# Esame Finanza Quantitativa – 12.07.2022

- (i) Il prezzo di un'azione è pari a 20. Assumendo che in ogni trimestre l'azione si apprezza del 4% o si deprezza del 3%, si determini il premio di un'opzione put europea con scadenza 6 mesi, strike pari a 21, tasso risk-free pari al 5% annuo. Senza far uso del modello binomiale, si calcoli il premio della corrispondente opzione call europea. Valutare in quali nodi dell'albero è conveniente l'esercizio della corrispondente put americana.
- (ii) Data la PDE di Black-Scholes, applicare il metodo di Crank-Nicolson per determinare la corrispondente equazione alle differenze. Specificare, inoltre, quante condizioni al contorno sono necessarie, motivando la risposta.
- (iii) Siano  $X^{(i)} = \{X_t^{(i)}\}_{t \in [0, T]}$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , due moti browniani geometrici indipendenti, di parametri  $X_0 = [90, 100]$ ,  $\mu = [0.3, 0.2]$  e  $\sigma = [0.2, 0.15]$ . Scrivere un codice Matlab per calcolare le seguenti probabilità:

$$\mathbb{P}(X_{t_{15}}^{(1)} \geq X_{t_{10}}^{(2)}), \quad \mathbb{P}(X_{t_{30}}^{(1)} \leq X_{t_{100}}^{(2)}).$$

Cosa cambierebbe se i moti browniani  $X^{(1)}$  e  $X^{(2)}$  fossero correlati tramite coefficiente di correlazione  $\rho \neq 0$ ? Argomentare esaurientemente la risposta.