

# Esame Finanza Quantitativa – 16.07.2021

- (i) Si consideri un'opzione call europea con scadenza 2 anni, strike 30€, scritta su un titolo che non paga dividendi con prezzo corrente pari a 34€. Si assuma che il tasso annuo di interesse privo di rischio sia il 3%.
- Assumendo che a scadenza il prezzo del sottostante possa crescere o diminuire del 20%, costruire un portafoglio che replichi il payoff della call a scadenza.
  - Calcolare il prezzo attuale della call europea assumendo che il prezzo del titolo sottostante in ciascuno anno possa salire del 25% o scendere del 30%.
  - Si discuta la convenienza dell'esercizio anticipato della corrispondente opzione call americana.
- (ii) Sia  $C = C(S, \sigma, \rho, T, t)$  il prezzo di una opzione call Europea nel modello di Black-Scholes. Ricavare la forma chiusa di Vega. In assenza di forme chiuse, come viene calcolata questa greca?
- (iii) Assumendo un moto browniano geometrico per il prezzo di una attività rischiosa ( $S_0 = 100$ ,  $r = 1\%$ ,  $\sigma = 20\%$ , osservazioni giornaliere), valutare al tempo iniziale un titolo derivato con il metodo Monte Carlo, sapendo che, alla scadenza  $T = 2$  anni, il payoff è  $H_T = (S_T - S_{min})^+$ , dove  $S_{min}$  è il più piccolo valore che il sottostante raggiunge durante la vita dell'opzione.