

Esame Finanza Quantitativa – 16.07.2021

- (i) Si consideri un'opzione call europea con scadenza 2 anni, strike 30€, scritta su un titolo che non paga dividendi con prezzo corrente pari a 34€. Si assuma che il tasso annuo di interesse privo di rischio sia il 3%.
- Assumendo che a scadenza il prezzo del sottostante possa crescere o diminuire del 20%, costruire un portafoglio che replichi il payoff della call a scadenza.
 - Calcolare il prezzo attuale della call europea assumendo che il prezzo del titolo sottostante in ciascuno anno possa salire del 25% o scendere del 30%.
 - Si discuta la convenienza dell'esercizio anticipato della corrispondente opzione call americana.
- (ii) Sia $C = C(S, \sigma, \rho, T, t)$ il prezzo di una opzione call Europea nel modello di Black-Scholes. Ricavare la forma chiusa di Vega. In assenza di forme chiuse, come viene calcolata questa greca?
- (iii) Assumendo un moto browniano geometrico per il prezzo di una attività rischiosa ($S_0 = 100$, $r = 1\%$, $\sigma = 20\%$, osservazioni giornaliere), valutare al tempo iniziale un titolo derivato con il metodo Monte Carlo, sapendo che, alla scadenza $T = 2$ anni, il payoff è $H_T = (S_T - S_{min})^+$, dove S_{min} è il più piccolo valore che il sottostante raggiunge durante la vita dell'opzione.