Esame Finanza Quantitativa – 25.01.2023

1. Si consideri un'opzione put europea con scadenza pari a un anno, strike 23, scritta su un titolo che non paga dividendi con prezzo corrente pari a 21, il cui premio sia pari a 4,8. Assumendo che il tasso di interesse privo di rischio sia pari all'1%

   a. valutare la corrispondente call europea (senza far uso del modello binomiale);

   b. valutare inoltre la corrispettiva put americana, assumendo che in ogni semestre il titolo possa guadagnare l'1% o perdere il 2%, determinando i nodi nei quali è conveniente l'esercizio anticipato.

2. Assumendo che il sottostante evolva secondo un modello binomiale, verificare che il prezzo al tempo $t = 0$ di una opzione call europea con prezzo d'esercizio K e scadenza T è

$$C_0 = S_0 \phi\left(d_1\right) - K e^{-rT} \phi\left(d_2\right) \ . \tag{1}$$

   A partire dall'Eq. (1), si determini in forma esplicita l'espressione per la greca ρ_C, si spieghi cosa rappresenta finanziariamente e se ne discuta il segno.

3. Implementare uno script Matlab per calcolare, con il metodo Monte Carlo, il seguente integrale

$$I = \int_1^2 \frac{\ln(2x+1)}{(2x+1)^2} dx \ ,$$

   con un campione di taglia $n = 10^3$. Confrontare, quindi, la distribuzione teorica e la distribuzione empirica.

   Cosa succederebbe se la taglia del campione fosse $n = 10^2$? E se fosse pari a $n = 10^4$?