

Esame Finanza Quantitativa (A) – 08.09.2023

Indicazioni per lo svolgimento della prova d'esame

- Svolgere gli esercizi teorici sui fogli bianchi a disposizione, riportando su ogni foglio Nome, Cognome, numero di matricola e lettera indicante l'eventuale traccia. Solo in caso di malfunzionamenti delle apparecchiature informatiche, anche gli esercizi che richiedono la costruzione di codici Matlab andranno riportati sui fogli e consegnati.
- Salvare tutti i files .m in una cartella denominata COGNOME_MATRICOLA_tracciaA.
- Ciascuna function Matlab va salvata in un singolo file .m, specificando nel nome del file il proprio cognome ed il numero di matricola. *Suggerimento:* ad esempio, scrivere Esercizio1_tracciaA_COGNOME_MATRICOLA.m Creare un unico script con le soluzioni di tutti gli esercizi, riportando anche qui il proprio cognome ed il numero di matricola. *Suggerimento:* ad esempio, scrivere Script_Esercizio1_tracciaA_COGNOME_MATRICOLA.m

Esame Finanza Quantitativa (A) – 08.09.2023

- (i) Determinare, mostrando tutti i passaggi, l'espressione dei parametri di rialzo e di ribasso nel modello CRR per l'approssimazione binomiale di modelli diffusivi a tempo continuo.

Sia, inoltre, $D = \{D_t\}_{t \in [0, T]}$ il prezzo di un derivato avente come sottostante un attivo finanziario $S = \{S_t\}_{t \in [0, T]}$ con prezzo spot pari a 90. Il derivato, inoltre, risulta avere prezzo d'esercizio pari al 110% del valore del prezzo spot, scadenza fissata a 2 anni e payoff $D_T = \max\left(S_T - K, \frac{S^*}{2}\right)$. Assumendo un modello di mercato diffusivo a tempo continuo, con tasso d'interesse al 4%, volatilità pari al 15% e $S^* = 95$, costruire un codice Matlab per determinare, al tempo iniziale, il prezzo del derivato e le quote del titolo non rischioso.

- (ii) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Determinare, mostrando tutti i passaggi, l'approssimazione al primo ordine alle differenze finite in avanti della derivata prima della funzione f . Come si trasforma tale approssimazione nel caso di una funzione in due variabili della forma $f(t, x)$?

- (iii) Sia $S = \{S_t\}_{t \in [0, T]}$ il processo che descrive l'andamento di un attivo finanziario. Assumendo che S evolve secondo un processo di Wiener, mostrare come si ottiene la discretizzazione delle traiettorie del processo secondo lo schema di Eulero.

Con il metodo Monte Carlo, considerando un moto browniano generalizzato senza drift per la dinamica del prezzo di un'azione con valore iniziale pari a 250 e volatilità del 4%, valutare in $t = 0$ una opzione ATM avente payoff pari a $H_T = \max\{\bar{S} - K, 0\}$, con scadenza $T = 6$ mesi e tasso risk-free è pari a $r = 2.5\%$ e, indicato con $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_p = T$ uno scadenziario giornaliero prefissato, $\bar{S} = \max\{S_{t_0}, S_{t_1}, \dots, S_{t_p}\}$.