Nome e Cognome: ______________________________ Matricola: ____________

C.d.L.M. *Finanza e Assicurazioni*

METODI E MODELLI PER LA FINANZA (6 CFU) – A.A. 2019/2020

Esame 24/01/2020

Esercizio 1. Dimostrare la formula di pricing per una opzione Put europea, quando il sottostante evolve secondo il modello di Black-Scholes-Merton.

Spiegare sotto quale misura di probabilità è possibile calcolare il prezzo di un derivato e cosa essa rappresenta.

Esercizio 2. Dare la definizione di *strategia di arbitraggio.*

Enunciare il *Primo Teorema Fondamentale dell'Asset Pricing Theory* e dimostrare che l'assenza di arbitraggi garantisce una espressione esplicita dei premi per il rischio. Qual è tale espressione esplicita, nel caso unidimensionale?

Esercizio 3. Enunciare il *Lemma di Ito* ed usare tale risultato per determinare il differenziale stocastico del processo

$$X_t = e^{\frac{t}{2}} \sin(W_t),\ t \geq 0,$$

dove $W_t,\ t \geq 0$, è un Moto Browniano nello spazio di probabilità $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

Dimostrare che, se $\mathbf{W} = (W_t^{(1)}, \dots, W_t^{(N)})$ è un Moto Browniano N-dimensionale, allora, per ogni $i, j = 1, \dots, N$, si ha

$$Cov(W_i, W_j) = \min\{i, j\}.$$