

# Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 27.10.2022

- (i) (6/9 CFU) Sia  $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$ ,  $T < \infty$ , un processo di Wiener su  $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0, T]}, \mathbb{P})$ .
- Verificare se il processo  $Y = \{Y_t\}_{t \in [0, T]}$  tale che  $Y_t := W_t^2$ ,  $t \in [0, T]$ , è una martingala. Cosa si può dedurre da questo risultato?
  - Verificare se il processo  $Z = \{Z_t\}_{t \in [0, T]}$  tale che  $Z_t := W_t^2 - \langle W \rangle_t$ ,  $t \in [0, T]$ , è una martingala.
- (ii) (6/9 CFU) Dare la definizione di contratto FRA, specificandone i flussi di cassa, e calcolare il valore del tasso associato a tale contratto.
- (iii) (6/9 CFU) Ricavare, attraverso la costruzione di un portafoglio di replica, la PDE associata ai modelli a volatilità stocastica.