

Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 10.01.2024

- (i) (6/9 CFU) Sia dato lo spazio di probabilità filtrato $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t, \mathbb{P})$, sia $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$ un processo di Wiener, sia $M = \{M_t\}_{t \in [0, T]}$ un generico processo stocastico su tale spazio e sia $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Dare la definizione di martingala per il processo M .
 - Verificare se il processo $M_t := \exp\left\{\lambda W_t - \frac{\lambda^2 t}{2}\right\}$, $t \in [0, T]$ sia una $(\mathcal{F}, \mathbb{P})$ -martingala positiva.
 - Fornire un esempio di applicazione del processo M in ambito finanziario, motivando tale scelta.
- (ii) (6/9 CFU) Descrivere il modello di Black-Scholes-Merton. Mostrare tutti i passaggi per la determinazione della greca Δ per opzioni call europee. Qual è il significato economico di tale quantità? Motivare la risposta.
- (iii) (6/9 CFU) Determinare la condizione sul drift nei modelli HJM. Ricavare, inoltre, la dinamica del tasso a breve nel modello di Ho–Lee. Quali caratteristiche si evidenziano per i prezzi di T -ZCB in tale modello? Motivare la risposta.