

Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 10.05.2022

- (i) (6/9 CFU) Un titolo azionario dal prezzo $X_t = e^{Y_t}$, $t \in [0, T]$ ha la seguente \mathbb{Q} -dinamica

$$\begin{cases} dX_t &= rX_t dt + \sigma_t X_t dW_t \\ d\sigma_t &= -\alpha \sigma_t dW_t \end{cases},$$

dove $r \in \mathbb{R}^+$, $\alpha \in \mathbb{R}$ e $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$ è un processo di Wiener. Determinare

- la dinamica del log-prezzo;
 - la dinamica del rapporto $Z_t = \frac{Y_t}{\sigma_t}$, $t \in [0, T]$.
- (ii) (6/9 CFU) Costruire la struttura per scadenza dei prezzi $p(t, T) = F^T(t, r_t)$, per ogni scadenza T , attraverso l'equazione della struttura a termine dei tassi a breve.
- (iii) (6/9 CFU) Enunciare e dimostrare il Teorema di Girsanov.