

Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 12.01.2023

- (i) **(6/9 CFU)** Sia dato lo spazio di probabilità filtrato $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t, \mathbb{P})$. Siano $X = \{X_t\}_{t \in [0, T]}$ e $Y = \{Y_t\}_{t \in [0, T]}$ due processi stocastici \mathcal{F}_t -adattati, tali che

$$dX_t = (4 - 2X_t)dt + \sqrt{X_t}dW_t, \quad dY_t = (5 - 3Y_t)dt + 4dZ_t,$$

dove $X_0 = 2$ e $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$, $Z = \{Z_t\}_{t \in [0, T]}$ sono due moti browniani indipendenti.

- Determinare il differenziale stocastico di $R_t = X_t + Y_t$, $t \in [0, T]$.
 - Calcolare $\mathbb{E}[R_1 | R_0]$, sapendo che $R_0 = 2$.
- (ii) **(6/9 CFU)** Descrivere il modello di Vasicek per il tasso a breve, determinare una soluzione della corrispondente SDE e calcolare il prezzo in forma chiusa di un T -ZCB.
- (iii) **(9 CFU)** Calcolare il prezzo di un T -ZCB soggetto a fallimento sotto l'ipotesi di Recovery of treasury.
- (iii) **(6 CFU)** Ricavare la condizione sul drift nei modelli HJM.