

## Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 12.07.2023

- (i) (6/9 CFU) Ipotizzando un modello di Black-Scholes-Merton per la dinamica fisica di un titolo rischioso  $S = \{S_t\}_{t \in [0, T]}$ , ricavare, mostrando tutti i passaggi, la PDE soddisfatta dal derivato  $F = F(t, S_t)$ .  
Quale caratteristica economica si ricava dalla suddetta PDE? Motivare la risposta.
- (ii) (6/9 CFU) Sia  $r = \{r_t\}_{t \in [0, T]}$  il processo che descrive il tasso privo di rischio.
- Scrivere la dinamica neutrale al rischio di  $r$  ipotizzando un modello di Vasicek e ricavare, mostrando tutti i passaggi, l'espressione per il tasso di lungo periodo.
  - Dopo aver verificato che il modello di Vasicek è un modello affine, usare tale proprietà per scrivere l'espressione generale del prezzo di uno ZCB in tali modelli.
- (iii) (6/9 CFU) Rispondere ai seguenti quesiti:
- Scrivere la dinamica di un attivo finanziario  $S = \{S_t\}_{t \in [0, T]}$  nel modello di Heston e dare una interpretazione finanziaria di tutti i parametri che intervengono.
  - Scrivere il prezzo di una opzione call europea nel modello di Heston. Quale risultato teorico viene utilizzato? Argomentare la risposta.