

# Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 15/07/2020

(i) **(6/9 CFU)** Determinare il prezzo di uno Zero-Coupon-Bond, assumendo che il tasso  $r_t$ ,  $t \in [0, T]$ , evolva secondo il modello di Vasicek.

(ii) **(6/9 CFU)** Data la dinamica

$$dX_t = \sin(t)dB_t, \quad t \in [0, T],$$

per il processo  $\{X_t\}_{t \geq 0}$ , dove  $\{B_t\}_{t \geq 0}$  è un Moto Browniano, verificare se

$$X_t := \sin(t)B_t - \int_0^t \cos(s)dB_s.$$

Calcolare inoltre  $\mathbb{E}[X_t]$  e  $\mathbb{E}[X_t^2]$ .

(iii) **(6 CFU)** Enunciare e dimostrare il *Teorema Fondamentale del cambio di numeraire*

(iii) **(9 CFU)** Nell'ambito del rischio di credito, dare la definizione di *probabilità di sopravvivenza*, fornirne una espressione esplicita in termini di *hazard rate* e calcolare la probabilità che il default possa avvenire dopo la scadenza  $T$  (fissata). Infine, usare la precedente espressione per calcolare il prezzo di uno Zero-Coupon-Bond soggetto a default.