

Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 19.06.2023

- (i) (6/9 CFU) Sia $S = \{S_t\}_{t \in [0, T]}$ un \mathbb{P} -moto browniano geometrico. Usando il Lemma di Ito, determinare la soluzione del processo S al tempo $t \in [0, T]$.
- (ii) (6/9 CFU) Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del cambio di numerario.

Si consideri, inoltre, un \mathbb{Q} -moto browniano $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$ ed un mercato definito da

$$\begin{cases} \frac{dB_t}{B_t} &= rdt \\ \frac{dP_t}{P_t} &= rdt + \sigma_p dW_t^{\mathbb{Q}} \\ \frac{dN_t}{N_t} &= rdt + \sigma_N dW_t^{\mathbb{Q}} \end{cases} .$$

Determinare la \mathbb{Q}' -dinamica del processo $P = \{P_t\}_{t \in [0, T]}$, assumendo come numerario il processo $N = \{N_t\}_{t \in [0, T]}$, essendo $\mathbb{Q}' \sim \mathbb{Q}$.

- (iii) (6/9 CFU) Determinare la dinamica del tasso a breve nel modello di Ho–Lee.