

# Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 20.01.2021

- (i) (6/9 CFU) Dare la definizione di *Forward Rate Agreement* e verificare che il tasso fisso per questo contratto coincide con il tasso forward lineare.
- (ii) (6/9 CFU) Sia  $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$  un Moto Browniano e sia

$$Y_t := e^{-\lambda t} W_t, \quad t \in [0, T], \quad \lambda \in \mathbb{R}^+ .$$

- Determinare il differenziale stocastico di  $Y_t$ .
  - Posto  $X_t = \int_0^t e^{-\lambda u} dW_u$ , verificare che  $X_t = Y_t + \lambda \int_0^t Y_u du$ .
  - Verificare che  $X_t$  è una  $\mathcal{F}_t$ -martingala.
- (iii) (9 CFU) Determinare il valore del *fair spread* per un CDS, giustificandone i passaggi.
- (iii) (6 CFU) Scrivere la dinamica di Hull-White per i tassi di interesse e verificare che

$$\theta(T) = \frac{\partial f(0, T)}{\partial T} + af(0, T) + \frac{\sigma^2}{2a} \left(1 - e^{-2aT}\right) .$$