

Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 03.05.2023

- (i) (6/9 CFU) Sia $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$, $T < \infty$, un processo di Wiener su $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0, T]}, \mathbb{P})$.
- Dare la definizione di integrale stocastico rispetto al processo di Wiener
 - Usando la definizione, calcolare $\int_0^T W_t dW_t$
 - Dimostrare l'isometria di Ito
- (ii) (6/9 CFU) Sia $p(t, T)$ il prezzo di un T -ZCB, per ogni $t \in [0, T]$.
- verificare che $r_t = \phi(t, t)$, per ogni $t \in [0, T]$.
 - verificare che la dinamica del prezzo del T -ZCB è, per ogni $t \in [0, T]$,

$$\frac{dp(t, T)}{p(t, T)} = \left(r_t + A(t, T) + \frac{1}{2} S^2(t, T) \right) dt + S(t, T) dW_t .$$

Cosa rappresentano $A(t, T)$ e $S(t, T)$?

- (iii) (6/9 CFU) Definire i contratti Cap, Floor e IRS. Verificare la validità della relazione di Cap–Floor parity per ogni $t \in [0, T]$

$$Cap(t) + Floor(t) = X(t)^{IRS, P} .$$