

Esame Metodi e Modelli per la Finanza – 09.02.2022

- (i) (6/9 CFU) Sia $W = \{W_t\}_{t \in [0, T]}$ un moto browniano su uno spazio di probabilità filtrato $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0, T]}, \mathbb{P})$.
- Dimostrare dettagliatamente come si determina la variazione quadratica $\langle W_t \rangle$ di W , per ogni $t \in [0, T]$. Quale proprietà analitica per il processo W discende da questo risultato? Giustificare la risposta.
 - Verificare che il processo $Y = \{Y_t\}_{t \in [0, T]}$ tale che $Y_t = W_t^2 - \langle W_t \rangle$ è una $(\mathcal{F}_t, \mathbb{P})$ -martingala.
- (ii) (6/9 CFU) Dimostrare la Cap-Floor parity.
- (iii) (6 CFU) Ricavare la formula di valutazione per una call europea in modelli a volatilità stocastica, giustificando tutti i passaggi.
- (iv) (9 CFU) Calcolare il prezzo di un T -ZCB soggetto a fallimento sotto l'ipotesi di Recovery nullo. Quanto vale la probabilità di sopravvivenza al tempo $t = 1$, sapendo che la scadenza è $T = 2$ e l'hazard rate è assunto pari a 1%?